

# **Algebra**

Lösungen

Verein zur Förderung der Mathematik

# Lösungen

<b>1</b>	<b>Bruchterme und Bruchgleichungen</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Funktionen</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>Lineare Funktionen</b>	<b>17</b>
<b>4</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>26</b>
<b>5</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b>	<b>35</b>
<b>6</b>	<b>Quadratische Funktionen</b>	<b>45</b>
<b>7</b>	<b>Potenzen</b>	<b>54</b>
<b>8</b>	<b>Potenzfunktionen</b>	<b>60</b>
<b>9</b>	<b>Exponential- und Logarithmusfunktionen</b>	<b>70</b>

Dieses PDF enthält sämtliche Lösungen zu den Aufgaben aus dem Buch «Algebra» des Vereins zur Förderung der Mathematik.

[www.mathematikverein.ch](http://www.mathematikverein.ch)

Passend zur ersten Auflage vom August 2025

# 1 Bruchterme und Bruchgleichungen

## 1.1 ggT und kgV

Bemerkung:

Als ggT von  $-4x$  und  $6x$  kann man  $2x$  und  $-2x$  angeben. Es gibt somit bei jeder Teilaufgabe sowohl für den ggT als auch für das kgV jeweils zwei Möglichkeiten. Der Einfachheit halber ist immer nur eine der beiden Lösungen notiert.

- |  |                         |  |                       |
|--|-------------------------|--|-----------------------|
| 1. a) $5x^2y; 175x^3y^2$                 | c) $1; 2m^2 + m$        | 2. a) $3a; 45ab$                         | c) $7uv; 14u^2v^2$    |
| b) $2a; 12a$                             | d) $k - k^2; k^4 - k^3$ | b) $1; a^2 - b^2$                        | d) $x + y; x^2 - y^2$ |
| 3. a) $1; 216x^3 + 36x^2y + 6xy^2 + y^3$ |                         | 4. a) $8m^4p^2; 96m^5p^3$                |                       |
| b) $4 + x^2; 32 - 2x^4$                  |                         | b) $3r - 4s; 30r - 40s$                  |                       |
| c) $4a^2b; 144a^4b^5c^3$                 |                         | c) $2a + 3b; 110a + 165b$                |                       |
| d) $2y - 3z; 12xy^2 - 27xz^2$            |                         | d) $9k^2p^2; 189k^3m^2p^3$               |                       |
| 5. a) $x + 2y; 5(x + 2y)^2$              |                         | 6. a) $2m + n; 4(2m + n)^2$              |                       |
| b) $b + c; 12(b + c)^2$                  |                         | b) $a - b; 5(a - b)^2$                   |                       |
| c) $u - v; (u - v)^2(u + v)$             |                         | c) $1; (a - 2)(a + 2)(a - 5)(a + 5)$     |                       |
| d) $x + 1; (x - 3)(x - 5)(x + 1)$        |                         | d) $11 + 7z; 2x(11 - 7z)(11 + 7z)$       |                       |
| 7. a) $2rs; 24r^4s^3$                    |                         | 8. a) $u^3v; 18u^6v^4$                   |                       |
| b) $a - b; 10(a - b)$                    |                         | b) $1; 2k(2k + 1)(2k + 2)$               |                       |
| c) $m + n; 4n(m + n)^2(m - n)$           |                         | c) $a + b; 2a(a + b)^2(a - b)$           |                       |
| d) $c - 5; 2(c - 5)^2(c - 2)$            |                         | d) $d + 1; (d + 1)(d - 2)(d + 2)(d + 3)$ |                       |

## 1.2 Kürzen und Erweitern

- |                             |                              |                          |                         |
|-----------------------------|------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 9. a) $2b$                  | c) $-\frac{5mp}{2}$          | 10. a) $\frac{7}{3d}$    | c) $\frac{1}{3m}$       |
| b) $\frac{3x}{5y}$          | d) $\frac{3r^2}{2s^2}$       | b) $\frac{5r}{2}$        | d) $\frac{2k}{7m^3}$    |
| 11. a) $2c - d$             | c) $\frac{8}{x-3y}$          | 12. a) $-\frac{1}{x+1}$  | c) $\frac{x-5}{x+5}$    |
| b) $\frac{2}{3}$            | d) $\frac{t^2-s^2}{t^2+s^2}$ | b) $\frac{3a-1}{2}$      | d) $\frac{x-2y}{x}$     |
| 13. a) $k^2$                | c) $\frac{1}{9}$             | 14. a) $3(f - h)$        | c) $\frac{3}{2}$        |
| b) $\frac{x}{1-y}$          | d) $\frac{a+2}{3}$           | b) $\frac{1}{y+z}$       | d) $-\frac{11}{3}$      |
| 15. a) $2$                  | c) $\frac{c+r}{2}$           | 16. a) $\frac{4r-3}{5s}$ | c) $\frac{2m-3n}{7}$    |
| b) $\frac{4}{r-3}$          | d) $\frac{j}{7(j-1)}$        | b) $(u - 1)^2$           | d) $\frac{-6j}{4n^2+7}$ |
| 17. a) $-1$                 | c) $-1$                      | 18. a) $-1$              | c) $-1$                 |
| b) $-\frac{2}{5}$           | d) $-1$                      | b) $\frac{-2}{3}$        | d) $-2$                 |
| 19. a) $\frac{3x-4y}{5a+2}$ | c) $\frac{f-g}{f+g+5}$       | 20. a) $\frac{9x+7}{2}$  | c) $\frac{3n-10}{5n+2}$ |
| b) $\frac{h+3j}{j+1}$       | d) $\frac{-2+m}{4}$          | b) $\frac{6a+9}{1-b}$    | d) $\frac{1+a}{3}$      |

21. a)  $\frac{(x^2+4)(x-2)}{2(x+2)}$   
b)  $\frac{b-9}{2b+1}$

c)  $\frac{h+3}{h-2}$   
d)  $\frac{16-2s}{3s}$

23. a)  $\frac{2a-b+1}{5}$   
b)  $c-d+1$

c)  $-\frac{5v+4w+8}{4}$   
d)  $\frac{(p^2+q^2)(p-q)}{5}$

25. a)  $2t^2 + 3t + 1$   
b)  $4x^2 + 3x + 2$

c)  $\frac{1}{2m^3 - 2m^2 + 5m}$   
d)  $9.5x^3 + 9$

27. ①-D, ②-A, ③-C, ④-B, ⑤-F, ⑥-E

29. a)  $\frac{15+3a}{15}$   
b)  $\frac{7x-7x^2}{21x^2+14x}$

c)  $\frac{-24+28m}{-16-20m}$   
d)  $\frac{6x+9}{8x+12+2fx+3f}$

31. a)  $\frac{-8k}{4-5k}$   
b)  $\frac{-6m-n}{-4}$

c)  $\frac{c-ab}{a-b-c}$   
d)  $\frac{(x+1)(x-2)}{3-x}$

33. a)  $\frac{4m-3p}{12m^2p} = \frac{-20m^2p^2+15mp^3}{-60m^3p^3}$   
b)  $\frac{25k^2m}{9m^2-4k} = \frac{125k^4mn}{45k^2m^2n-20k^3n}$   
c)  $\frac{2+x}{3+x} = \frac{4+4x+x^2}{6+5x+x^2}$   
d)  $\frac{14z^2-56}{-35z-70} = \frac{-2z+4}{5}$

35. a)  $\frac{-35x+55}{20x-10}$   
b)  $\frac{90m+40n}{26m-8n}$

c)  $\frac{-15p^2+61p-60}{3p^2+13p-30}$   
d)  $\frac{84r-14s}{7r+7s}$

37. a)  $\frac{y^2}{4xy}; \frac{x^2}{4xy}$   
b)  $\frac{81s}{90r^2s^2}; \frac{100r}{90r^2s^2}$   
c)  $\frac{6}{2(v^2-4)}; \frac{5v^2-10v}{2(v^2-4)}$   
d)  $\frac{6p+2}{10+10q}; \frac{25p}{10+10q}$

39. a)  $\frac{4k^2+2k-2}{k(k+1)^2(k-1)}; \frac{10k^3-10k^2}{k(k+1)^2(k-1)}$   
b)  $\frac{24a+12b}{-3a-12b}; \frac{5a+6b}{-3a-12b}$   
c)  $\frac{8}{12s-6t}; \frac{-15}{12s-6t}$   
d)  $\frac{1-x}{1-x^2}; \frac{1+x}{1-x^2}$

41. a)  $\frac{-42}{70a}; \frac{40}{70a}; \frac{35}{70a}$   
b)  $\frac{2-2b}{2-2b^2}; \frac{3-3b}{2-2b^2}; \frac{4+4b}{2-2b^2}$   
c)  $\frac{5s^2-15s}{s^2-9}; \frac{-s^2-8s+33}{s^2-9}; \frac{2s}{s^2-9}$   
d)  $\frac{6k+2}{42k^2+26k+4}; \frac{35k+10}{42k^2+26k+4}; \frac{42k-12}{42k^2+26k+4}$

43. a) 2 Fehler  
b) 3 Fehler

22. a)  $\frac{a}{a+5}$   
b)  $\frac{2y^2-2}{3y}$

c)  $\frac{j^2+1}{j-2}$   
d)  $\frac{10a+15}{12a-18}$

24. a)  $\frac{a-1-b}{3}$   
b)  $\frac{(1+x^2)(1-x)^2}{5}$

26. a)  $2a^2 - 7a + 1$   
b)  $\frac{1}{3m^2-7}$

c)  $\frac{1}{-5d^2+3}$   
d)  $\frac{1}{p^2+2}$

28. ①-D, ②-F, ③-A, ④-B, ⑤-C, ⑥-E

30. a)  $\frac{-18+16b}{6b}$   
b)  $\frac{2c^2k-6ck^2}{6ck^2-2ck}$

31. a)  $\frac{-5p+10p^2}{-9p+8p^2}$   
b)  $\frac{r^2-2rs}{-3rs+6s^2}$

c)  $\frac{-5p+6q^2-4}{7q+8p+4}$   
d)  $\frac{(j-7)(j+1)}{(-j+1)(j+7)}$

34. a)  $\frac{9ab^2-9b^3}{27a^2b^6}$   
b)  $\frac{9m^2+10m+1}{m^2+6m+5}$   
c)  $\frac{4a+b}{3a-2b} = \frac{28a^2+7ab}{21a^2-14ab}$   
d)  $\frac{-15+15a}{10}$

36. a)  $\frac{12r-24t}{3r+6t}$   
b)  $\frac{49a+98c}{70a-175}$

c)  $\frac{4u-7v}{u+3v}$   
d)  $\frac{4y^2-49z^2}{16y-56z}$

38. a)  $\frac{7s+7}{35s}; \frac{15s+5s^2}{35s}$   
b)  $\frac{12k^2}{44km}; \frac{132m^2}{44km}$   
c)  $\frac{-r^2-9r-18}{3(r+3)(r-3)}; \frac{12}{3(r+3)(r-3)}$   
d)  $\frac{4m+4n}{m(m+n)}; \frac{5m+mn}{m(m+n)}$

40. a)  $\frac{12+4u}{12u(u-1)}; \frac{12+3u}{12u(u-1)}$   
b)  $\frac{(4d+5f)^2}{(4d-5f)(4d+5f)}; -\frac{(4d-5f)^2}{(4d+5f)(4d-5f)}$   
c)  $\frac{12+4d}{4c^2+4cd}; \frac{c^2+6cd}{4c^2+4cd}$   
d)  $\frac{p^2-pq}{p^2-q^2}; \frac{1-q}{p^2-q^2}$

42. a)  $\frac{6bc}{abc}; \frac{7ac}{abc}; \frac{8ab}{abc}$   
b)  $\frac{15m+15}{-3m^2+3m+6}; \frac{m+1}{-3m^2+3m+6}; \frac{9}{-3m^2+3m+6}$   
c)  $\frac{x^2-7x+12}{x^3-5x^2-2x+24}; \frac{x^2-2x-8}{x^3-5x^2-2x+24}; \frac{x^2-x-6}{x^3-5x^2-2x+24}$   
d)  $\frac{2r^2-8r+6}{r^3-4r^2+3r}; \frac{r-3}{r^3-4r^2+3r}; \frac{r^2-1}{r^3-4r^2+3r}$

44. a) 1 Fehler  
b) 3 Fehler

c) 1 Fehler  
d) 2 Fehler

45. a)  $\frac{x}{y} < \frac{x+a}{y+a}$

b)  $\frac{x}{y} = \frac{ax}{ay}$

46. a)  $\frac{x}{y} > \frac{x-a}{y-a}$

b)  $\frac{x}{y} = \frac{\frac{x}{a}}{\frac{y}{a}}$

47. a) -

b) -

48. a) -

b) -

49. a)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch

- c)  wahr  falsch  
 d)  wahr  falsch

50. a)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch

51. a)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch

- c)  wahr  falsch  
 d)  wahr  falsch

### 1.3 Addition und Subtraktion

53. a)  $\frac{p}{10}$   
b)  $-2$

c)  $-\frac{4t^3}{1+t}$   
d)  $2$

54. a)  $\frac{6b}{7}$   
b)  $1$

c)  $\frac{-4}{5}$   
d)  $2$

55. a)  $\frac{d}{35}$   
b)  $\frac{9}{4c}$

c)  $\frac{x-2}{x^3}$   
d)  $\frac{3x+2}{6+2x}$

56. a)  $-\frac{k}{30}$   
b)  $-\frac{3}{2m}$

c)  $-\frac{a}{3t^2}$   
d)  $\frac{5}{3}$

57. a)  $\frac{25m-28}{7}$   
b)  $-\frac{r^2+36}{r}$

c)  $\frac{81+x^2}{x}$   
d)  $\frac{1-32d^2}{7d}$

58. a)  $\frac{3m-5n}{m-n}$   
b)  $\frac{5y^2+3y-2}{y}$

c)  $\frac{6r-27}{4}$   
d)  $-\frac{4}{c}$

59. a)  $2a$   
b)  $\frac{6-n}{12n}$

c)  $-\frac{5}{8n}$   
d)  $\frac{b-a}{a^2b^2}$

60. a)  $\frac{3w-4v}{8vw}$   
b)  $\frac{33m^2+14m-7}{60m^2}$

c)  $\frac{u-v}{20}$   
d)  $\frac{7}{8y}$

61. a)  $\frac{2u}{w-x}$   
b)  $\frac{4rs}{s^2-r^2}$

c)  $\frac{1}{y-3}$   
d)  $\frac{7}{j-3}$

62. a)  $-1$   
b)  $\frac{1}{b+4}$

c)  $\frac{1}{y+1}$   
d)  $1$

63. a)  $\frac{3}{2}$   
b)  $\frac{1}{6+6x}$

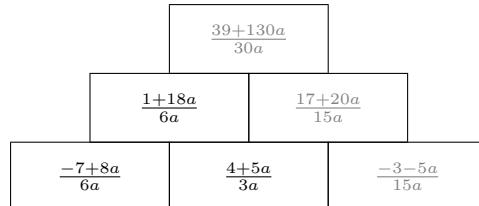
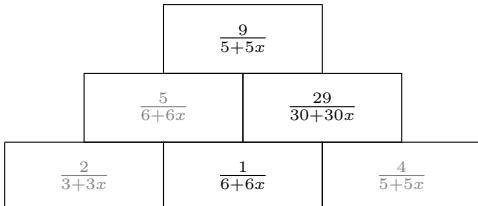
c)  $\frac{y}{2y+3z}$   
d)  $\frac{1}{5(m+2)}$

64. a)  $-\frac{17}{12b+24}$   
b)  $\frac{s}{3-s}$

c)  $\frac{-10x-105y}{4x^2-49y^2}$   
d)  $\frac{-2}{9f+3}$

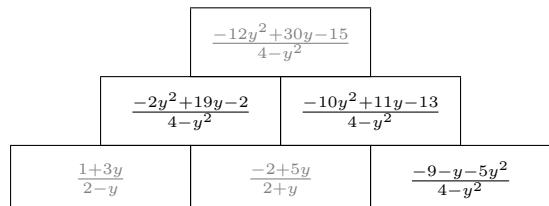
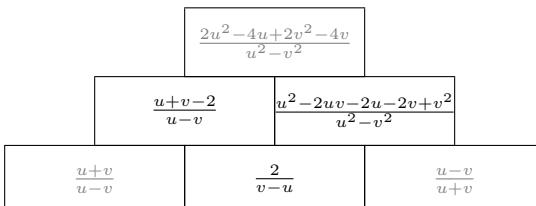
65.

66.



67.

68.



69. a)  $\frac{a+b}{2ab}$   
b)  $\frac{4xy-2x-y}{2x^2y}$

c)  $-\frac{1}{2r}$   
d)  $\frac{2b}{a+b}$

71. a)  $\frac{-5c-40d}{9c^2-9d^2}$   
b)  $\frac{m-6}{m+3}$

c)  $\frac{10t+28}{t(t^2-4)}$   
d) 10

73. a)  $\frac{3a-2b}{7a+7b}$   
b)  $7u - 2$

c)  $\frac{4c}{c-1}$   
d)  $\frac{8y}{y^2-4}$

75.

+	$\frac{1}{3x}$	$\frac{-2+x}{4}$	$\frac{3+x}{-1+x}$	$\frac{4}{2+x}$
$\frac{2}{x}$	$\frac{7}{3x}$	$\frac{x^2-2x+8}{4x}$	$\frac{x^2+5x-2}{-x+x^2}$	$\frac{6x+4}{2x+x^2}$
$\frac{1}{2x}$	$\frac{5}{6x}$	$\frac{x^2-2x+2}{4x}$	$\frac{2x^2+7x-1}{-2x+2x^2}$	$\frac{9x+2}{2x^2+4x}$
$\frac{3}{x+1}$	$\frac{10x+1}{3x^2+3x}$	$\frac{x^2-x+10}{4x+4}$	$\frac{x^2+7x}{x^2-1}$	$\frac{10+7x}{x^2+3x+2}$
$\frac{7-x}{1-x}$	$\frac{-3x^2+20x+1}{3x-3x^2}$	$\frac{26-x-x^2}{4-4x}$	$\frac{4-2x}{1-x}$	$\frac{18+x-x^2}{2-x-x^2}$
$\frac{6}{2+x}$	$\frac{19x+2}{6x+3x^2}$	$\frac{20+x^2}{8+4x}$	$\frac{x^2+11x}{-2+x+x^2}$	$\frac{10}{2+x}$

76.

+	$\frac{1}{3+y}$	$\frac{7}{1-y}$	6	$\frac{2-y}{y-1}$
$\frac{5}{2-2y}$	$\frac{-3y-17}{2y^2+4y-6}$	$\frac{19}{2-2y}$	$\frac{-12y+17}{2-2y}$	$\frac{2y+1}{2-2y}$
$\frac{4}{9+3y}$	$\frac{7}{3y+9}$	$\frac{-17y-67}{3y^2+6y-9}$	$\frac{18y+58}{9+3y}$	$\frac{-3y^2+y+14}{3y^2+6y-9}$
$\frac{2}{y-3}$	$\frac{3y+3}{y^2-9}$	$\frac{19-5y}{y^2-4y+3}$	$\frac{6y-16}{y-3}$	$\frac{-y^2+7y-8}{y^2-4y+3}$
-5	$\frac{-5y-14}{y+3}$	$\frac{5y+2}{1-y}$	1	$\frac{7-6y}{y-1}$
$\frac{9}{1+y}$	$\frac{10y+28}{y^2+4y+3}$	$\frac{2y-16}{y^2-1}$	$\frac{6y+15}{1+y}$	$\frac{-y^2+10y-7}{y^2-1}$

77. a)  $\frac{x+4}{x-3}$   
b)  $\frac{z-5}{z+5}$

c) 0  
d)  $\frac{1}{k+6}$

79. a)  $-\frac{1}{24}$   
b)  $\frac{u+5}{u}$

c)  $-\frac{2}{f^2-4f+3}$   
d)  $\frac{6}{v^2-1}$

78. a)  $\frac{a-5}{a+4}$   
b)  $\frac{2}{p^2-p}$

80. a)  $-\frac{1}{st}$   
b)  $\frac{2}{p}$

c)  $\frac{16}{4-5q}$   
d)  $\frac{t}{t+1}$

c)  $\frac{12}{x-7}$   
d)  $\frac{9}{u-4}$

## 1.4 Multiplikation, Potenzen und Division

81. a)  $\frac{4b}{5c}$   
b)  $-\frac{15m}{4}$

c)  $-\frac{3xy}{2z}$   
d)  $\frac{10a}{3}$

83. a)  $\frac{57}{2m^2}$   
b)  $-\frac{27s}{4}$

c)  $-\frac{14b^2}{5c}$   
d)  $\frac{77bc}{8}$

85. a) -6  
b) -4

c)  $-\frac{3}{a+2}$   
d)  $\frac{5b}{2b-2}$

82. a)  $-\frac{rs}{t}$   
b)  $-8fz$

c)  $-\frac{49x^2}{9}$   
d)  $\frac{22}{a^3}$

86. a)  $-\frac{10x}{3}$   
b)  $\frac{-f+2h}{f+3h}$

c)  $\frac{50}{7}$   
d)  $\frac{5r^2}{2}$

c)  $\frac{2t^5}{3r}$   
d)  $\frac{12z}{x}$

c)  $-2y - 3z$   
d)  $\frac{d+8}{d-4}$

87. a)  $\frac{9b}{2}$   
b)  $-\frac{7d^2}{10c}$

c)  $\frac{28m}{27kn}$   
d)  $-\frac{8u}{5}$

89. a)  $\frac{1}{2}$   
b)  $\frac{2c-2}{3}$

c)  $\frac{15k^2(k-1)}{28}$   
d)  $-\frac{5g+10}{8(g+h)}$

91.

		$-\frac{1}{x^3}$		
	$\frac{3}{2x}$		$-\frac{2}{3x^2}$	
$\frac{4(x+y)}{3x}$	$\frac{9}{8x+8y}$		$-\frac{16x+16y}{27x^2}$	

93. a)  $\frac{4m-4}{5m^2+10m}$   
b)  $-\frac{6}{5x+5x^2}$

c)  $\frac{a-2b}{2a+4b}$   
d)  $\frac{p^2-p-20}{p^2-5p-24}$

95. a)  $\frac{9j^4}{64m^2}$   
b)  $-\frac{343}{b^3}$

c)  $\frac{h^6}{4+4h+h^2}$   
d)  $\frac{1}{a^{24}}$

97. a)  $\frac{121p^2}{9q^2}$   
b)  $\frac{144-24m+m^2}{9}$

c)  $\frac{36-12a^2+a^4}{4a^2}$   
d)  $\frac{s^3+3s^2+3s+1}{s^3}$

99. a)  $-\frac{42a}{25b}$   
b)  $\frac{3s+27}{s-1}$

c)  $\frac{9b^3}{20}$   
d)  $\frac{1+x}{x}$

101. a)  $ab + 2a^3$   
b)  $\frac{16-49x^2}{x^2}$

c)  $\frac{1}{2}$   
d)  $-\frac{12y^2+16}{27}$

103. a)  $\frac{x}{3}$   
b)  $-\frac{5a}{4b^2c^2}$

c)  $\frac{3f}{16}$   
d)  $\frac{s}{19t}$

105. a)  $\frac{4}{9m}$   
b)  $\frac{2a-b}{12a^2b}$

c)  $\frac{2z-3}{6}$   
d)  $\frac{d-f}{5df}$

107. a)  $\frac{5np}{12}$   
b)  $\frac{s}{3k}$

c)  $-\frac{9a}{10b^2cd}$   
d)  $-\frac{4hm^3}{f}$

109.

		$\frac{12c}{25c+5d}$		
	$\frac{3}{2x}$		$\frac{8c^2}{25d}$	
$\frac{25c}{8c^2}$		$\frac{12cd}{25c+5d}$		$\frac{10c^2+2cd}{15d^2}$

88. a)  $\frac{55xy}{6z}$   
b)  $-\frac{3fh^3}{2g}$

c)  $\frac{9pq^3+9q^4}{20p}$   
d)  $-\frac{15}{2v+2w}$

90. a)  $-\frac{8}{9r-6s}$   
b)  $-\frac{2t-2}{t-1}$

c)  $\frac{15}{4z-6}$   
d)  $\frac{v+2}{2v+2}$

92.

		$\frac{11c}{25}$		
	$-\frac{22}{15}$		$-\frac{3c}{10}$	
$\frac{11c-22d}{21c+3}$		$\frac{14c+2}{10d-5c}$		$\frac{3c^2-6cd}{28c+4}$

94. a)  $\frac{c^2+4c-5}{c^2+10c+21}$   
b)  $\frac{-x^2-2x}{x^2+x-6}$

c)  $\frac{4t+16}{3t-9}$   
d)  $-\frac{2k+3}{4}$

96. a)  $\frac{16c^2d^2}{25}$   
b)  $\frac{512}{125x^6}$

c)  $\frac{9+6d+d^2}{4}$   
d)  $\frac{81y^4}{z^4}$

98. a)  $\frac{169n^2}{81}$   
b)  $\frac{4-12c+9c^2}{c^2}$

c)  $\frac{16-8x^2+x^4}{4x^2}$   
d)  $\frac{8a^3-12a^2+6a-1}{a^3}$

100. a)  $10u$   
b)  $-\frac{105x}{y}$

c)  $\frac{9}{m^2+4m+4}$   
d)  $\frac{3z+6}{32}$

102. a)  $\frac{p^4-p^2q^2+p^2}{q^4}$   
b)  $\frac{k+3}{4k+2}$

c)  $\frac{6n^2+2}{n^3}$   
d)  $\frac{4d}{c}$

104. a)  $\frac{3m}{5p}$   
b)  $\frac{3}{8q}$

c)  $\frac{1}{29}$   
d)  $\frac{4v}{25z}$

106. a)  $\frac{-3b}{4c}$   
b)  $\frac{17n}{3p^2}$

c)  $\frac{11-f^2}{11}$   
d)  $\frac{2xy-3yz}{16xz}$

108. a)  $\frac{1}{m^2n^2}$   
b)  $\frac{21}{20b}$

c)  $-\frac{u}{3v}$   
d)  $\frac{6x^2y}{7}$

110.

		$\frac{75}{56}$		
	$-\frac{15m}{4}$		$-\frac{5}{14m}$	
$\frac{9m^2+3m}{4m-2n}$		$\frac{5n-10m}{6m+2}$		$\frac{3m+1}{14m^2-7mn}$

111. a)  $\frac{5c+10}{2}$       c)  $-\frac{16s}{15r}$       112. a)  $\frac{-4}{5x(x-y)}$       c)  $\frac{m}{2m-10}$   
       b)  $\frac{u}{4v^2}$       d)  $\frac{3z^2+z}{z-2}$       b)  $\frac{3}{2a^2-2}$       d)  $\frac{3y+3}{2y-4}$
113. a)  $-s^2 - 3st - 2t^2$       c)  $\frac{x^2-81}{2x^2+10x-48}$       114. a)  $\frac{z^2+4z+3}{2z-2}$       c)  $\frac{24d+24f}{7d}$   
       b)  $\frac{16h(h+m)}{7}$       d)  $\frac{27}{p^3+2p^2}$       b)  $\frac{r^2+6r+9}{r^2-6r-7}$       d)  $\frac{4v^5+4v^4}{3}$
115. a)  $\frac{2m^2+3m+1}{m^2+m-6}$       c)  $\frac{48p^2+48pq}{p-q}$       116. a)  $\frac{x^2+x-12}{x^2+6x+9}$       c)  $\frac{-25+10y-y^2}{5}$   
       b)  $-16k - 12$       d)  $\frac{42-3a}{14+2a}$       b)  $-\frac{9}{5r+5s}$       d)  $\frac{306+n-n^2}{306-n-n^2}$
117. a)  $\frac{16a+32b}{9a+6b}$       c)  $\frac{9x+3y}{8x-2y}$       118. a)  $\frac{10x^4}{x^2+6x+9}$       c)  $\pm \frac{2}{3+m}$   
       b)  $\frac{32m+64}{27m-27}$       d)  $\frac{2y+2z}{3y}$       b)  $\frac{16c+16}{21c+84}$       d)  $\frac{33d-33c}{5c+5d}$
119. a) 4      c)  $\frac{3cd^2-2c^2d}{3}$       120. a)  $\frac{30mn^2-30n^3}{m+n}$       c)  $-\frac{1}{4q^2+5pq}$   
       b)  $\frac{14s}{5r}$       d)  $\frac{12k-2}{18k+3}$       b)  $\frac{3y^2+3yz}{y-z}$       d)  $\frac{3}{2}$
121. a)  $\frac{5ad}{6bc}$       c)  $\frac{a}{6bc}$       122. a)  $18u^2$       c)  $\frac{15uw}{4v}$   
       b)  $\frac{8ac}{3b}$       d)  $8ac$       b)  $\frac{9uz}{10vw}$       d)  $\frac{3u}{20vw}$
123. a)  $\frac{6ac}{5b}$       c)  $\frac{6dh}{5gn}$       124. a)  $\frac{72z^2}{13y}$       c)  $\frac{2r^2}{45m^4}$   
       b)  $\frac{8uvy^2}{3}$       d)  $\frac{m}{12p^2}$       b)  $\frac{18ps^2}{55qr}$       d)  $\frac{9w^2yz}{5ax^3}$
125. a)  $\frac{8x}{15}$       c)  $\frac{5a-5}{2a^2+10a+8}$       126. a)  $-\frac{5}{6}$       c)  $\frac{f^2-4f-21}{f^2+3f-4}$   
       b)  $-\frac{6}{5}$       d)  $\frac{d^2+2dk}{3dk-6k^2}$       b)  $\frac{3x+3y}{4}$       d)  $\frac{p^2-4}{3}$
127. a)  $\frac{3}{7}$       c)  $\frac{4b}{12c-ab}$       128. a) 1      c)  $\frac{x-y}{2}$   
       b) 8      d)  $\frac{9uv-u^2}{u^2+9uv-v^2}$       b)  $\frac{35}{2v+u}$       d)  $\frac{c^2-d^2}{c^2+d^2+2}$
129. a)  $\frac{-2r-1}{7r+5}$       c)  $\frac{16w^2}{4uwz-3u^2z^2}$       130. a)  $\frac{4n^3}{3mn^2-3m^2}$       c)  $-\frac{12}{25}$   
       b)  $\frac{z-6}{4z+10}$       d)  $\frac{3}{14}$       b)  $-v - 3$       d)  $\frac{4t^2-12st+9s^2}{st-2t+3s}$
131. a)  $\frac{16-24p}{25p+5q}$       b)  $\frac{2h+2k}{4h^2-k^2}$       132. a)  $\frac{x^2+4x-5}{6x^2+12x}$       b)  $\frac{9y^2-18y+9}{y^2-5y+6}$

## 1.5 Vermischte Aufgaben

- |  |   |
|--|---|
| 133. a) <input checked="" type="checkbox"/> wahr      falsch<br>b) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | c) <input checked="" type="checkbox"/> wahr      falsch<br>d) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 134. a) <input checked="" type="checkbox"/> wahr      falsch<br>b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |   |
| 135. a) <input checked="" type="checkbox"/> wahr      falsch<br>b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |   |
| 136. a) <input type="checkbox"/> wahr      falsch<br>b) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>            |   |
| 137. a) $\frac{a^2x+2a-x}{a^2}$<br>b) 0  |   |
| c) $\frac{m-n}{m}$<br>d) $\frac{100r^2-180r+81}{r}$  |   |
| 138. a) $\frac{6p^2-3p^2q+2q}{p^2}$<br>b) $\frac{4s^2+t^2}{2st}$   |   |
| c) 0<br>d) $\frac{18h^2-12h+2}{3h}$  |   |

139. a)  $-\frac{25}{2}$   
b)  $\frac{4n^2+9n+16}{5n^2-10n}$

c)  $\frac{1}{x-3}$   
d)  $\frac{25-30b}{36b^2}$

141. a)  $\frac{3}{4}$   
b)  $\frac{-a-b}{ab}$

c)  $-\frac{4d^2}{c+d}$   
d)  $\frac{x+3}{x+4}$

143. a)  $-$   
b)  $\cdot$

c)  $:$   
d)  $-$

145. a)  $\square$  wahr  
b)  $\boxtimes$  falsch

c)  $\boxtimes$  wahr  
d)  $\square$  falsch

147. a) 0

b)  $\frac{8}{(4-x)^3}$

149. a)  $-p - 2q$

b)  $\frac{4x+4}{5}$

140. a)  $\frac{16c^2+49d^2}{49d^2}$   
b)  $\frac{4}{z+2}$

142. a)  $-\frac{8}{9k}$   
b)  $\frac{7}{9}$

144. a)  $+$   
b)  $+$

146. a)  $\boxtimes$  wahr  
b)  $\square$  falsch

148. a)  $-\frac{3}{(y-1)(y+1)^2}$   
b) 0

150. a)  $6q$   
b)  $\frac{2m+3}{6m^2-2m^3}$

## 1.6 Bruchgleichungen

151. a) 4; -5  
b) -1; 8

c) 0; -0.5  
d) 3; -4

152. a) 0; 1  
b)  $\frac{6}{5}; 9$

c) 5  
d) 0; -8

153. a)  $\mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$

b)  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 9\}$

154. a)  $\mathbb{R} \setminus \{3, 4\}$

b)  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$

155. a)  $-$

b)  $-$

156. a)  $-$

b)  $-$

157. a) ja

b) nein

158. a) nein

b) ja

159. a) 1  
b) 1

c) 1.9  
d)  $-\frac{2}{3}$

160. a) 1  
b)  $-\frac{1}{60}$

c)  $\frac{16}{13}$   
d)  $\frac{39}{40}$

161. a) 4  
b) 4

c) 4  
d)  $\{\}$

162. a) 0  
b) 0

c)  $\{\}$   
d) 0

163. a) 2.5  
b)  $\{\}$

c)  $-\frac{2}{13}$   
d)  $\{\}$

164. a) -1  
b) 1

c)  $\{\}$   
d) 0

165. a) 4  
b) 5

c)  $\frac{4}{73}$   
d)  $\{\}$

166. a)  $\frac{3}{4}$   
b) 27

c)  $-\frac{15}{64}$   
d)  $\frac{12}{13}$

167. a)  $-\frac{2}{5}$   
b) 1

c)  $\frac{13}{3}$   
d)  $\mathbb{R} \setminus \{-6, -4\}$

168. a)  $\{\}$   
b)  $\frac{1}{2}$

c) -2  
d)  $\{\}$

169. a) -3  
b) 4

c) 2, 3  
d)  $-7, 0, 1$

170. a)  $\frac{1}{2}$   
b) 5

c) -9, 4  
d) 0, 3, 10

171. a)  $-\frac{7}{17}$   
b)  $\{\}$

c)  $\{\}$   
d)  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

172. a)  $\frac{35}{11}$   
b)  $\{\}$

c) 1  
d)  $\{\}$

173. a) 5  
b)  $\{\}$

c) -5  
d)  $-\frac{2}{3}$

174. a) 3  
b) 4

c) -1  
d)  $\frac{3}{2}$

175. a) -9  
b) 5
176. a) 1  
b) -3
- c) 7  
d)  $\frac{3}{2}$
177. a)  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$   
b)  $-\frac{2}{3}$
- c) -3, 0  
d) -2, 4
178. a)  $-\frac{1}{6}, \frac{1}{5}$   
b)  $-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$
- c) -7, 1.5  
d) -3
179. a)  $-\frac{1}{2}$   
b) 0
- c) 1  
d) 8
180. a) -3  
b) 0
- c) 0  
d) {}
181. a) Trapezfläche;  
 $a = \frac{2A}{h} - c, c = \frac{2A}{h} - a, h = \frac{2A}{a+c}$
- b) Fläche des gleichseitigen Dreiecks;  
 $s = \sqrt{\frac{4A\sqrt{3}}{3}}$
- c) Fläche Drachenviereck, Rhombus;  
 $e = \frac{2A}{f}, f = \frac{2A}{e}$
- d) Fläche allgemeines Dreieck;  
 $a = \frac{2A}{h_a}, h_a = \frac{2A}{a}$
182. a) Höhe gleichseitiges Dreieck;  
 $s = \frac{2h\sqrt{3}}{3}$
- b) Höhensatz rechtwinkliges Dreieck;  
 $h = \sqrt{pq}, p = \frac{h^2}{q}, q = \frac{h^2}{p}$
- c) Kathetensatz rechtwinkliges Dreieck;  
 $a = \sqrt{pc}, p = \frac{a^2}{c}, c = \frac{a^2}{p}$
- d) Kathetensatz rechtwinkliges Dreieck;  
 $b = \sqrt{qc}, q = \frac{b^2}{c}, c = \frac{b^2}{q}$
183. a) Kreisumfang;  
 $d = \frac{u}{\pi}$
- b) Bogenlänge Kreissektor;  
 $\alpha = \frac{180^\circ \cdot b}{\pi r}, r = \frac{180^\circ \cdot b}{\alpha \pi}$
- c) Kreisfläche;  
 $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$
- d) Fläche Kreissektor;  
 $\alpha = \frac{360^\circ \cdot A}{\pi r^2}, r = \sqrt{\frac{360^\circ \cdot A}{\pi \alpha}}$
184. a) Volumen Kreiszylinder;  
 $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}, h = \frac{V}{\pi r^2}$
- b) Mantelfläche Kreiszylinder;  
 $r = \frac{M}{2\pi h}, h = \frac{M}{2\pi r}$
- c) Kreisumfang;  
 $r = \frac{u}{2\pi}$
- d) Kreisfläche;  
 $d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$
185. a)  $\frac{6}{5a}$   
b)  $\frac{5-5a}{4}$
- c)  $\frac{a^2-a}{2-a}$   
d)  $\frac{-a-4b}{3}$
186. a)  $\frac{2}{3}b^2$   
b)  $\frac{4b^2-6}{3}$
- c)  $\frac{b}{1+b}$   
d) 1
187. a) {}  
b)  $\frac{m}{1-3m}$
- c)  $\frac{5m}{k^2+1}$   
d)  $\frac{4d}{c}$
188. a)  $-\frac{3}{4s-q}$   
b)  $\frac{7}{20}$
- c)  $-\frac{3m+4n}{2n+1}$   
d) -r
189. a)  $\frac{b}{1-10b}$   
b)  $-\frac{4n+n^2}{2n-4}$
- c)  $\frac{s-s^2}{3s+5}$   
d)  $\frac{1}{d}$
190. a)  $-\frac{18f}{11}$   
b)  $-\frac{5a+1}{8a+2}$
- c)  $\frac{b^2+2b}{b+4}$   
d)  $\frac{vw}{3v+2w}$
191. a)  $-t - r$   
b)  $m - n$
- c)  $tr$   
d)  $\frac{1}{m-4}$
192. a)  $5a$   
b)  $\frac{1}{u+1}$
- c)  $\frac{1}{d-4}$   
d) c
193. a) falls  $a \neq 0 : \frac{10a+15}{a}$ ,  
falls  $a = 0 : \{ \}$
- b) falls  $b \neq -3 : 3$ ,  
falls  $b = -3 : \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- c) falls  $s \neq -1 : \frac{1-s}{5}$ ,  
falls  $s = -1 : \mathbb{R} \setminus \{-1, \frac{1}{6}\}$
- d) falls  $c \neq -1 : -\frac{1}{c+1}$ ,  
falls  $c = -1 : \{ \}$
194. a) falls  $a \neq 5 : \frac{a}{5-a}$ ,  
falls  $a = 5 : \{ \}$
- b) falls  $a \neq 1 : \frac{5a+5}{a-1}$ ,  
falls  $a = 1 : \{ \}$
- c) falls  $m \neq 0 : -m$ ,  
falls  $m = 0 : \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- d) falls  $c \neq 1 : c + 1$ ,  
falls  $c = 1 : \mathbb{R} \setminus \{1\}$

195. 12.5	196. 16	197. 12	198. -6
199. $\frac{4}{9}$	200. $\frac{21}{30}$	201. $-\frac{6}{20}$	202. $\frac{39}{14}$
203. 11	204. 2	205. $\frac{320}{480}$	206. $\frac{729}{810}$
207. -7	208. -1	209. $\frac{18}{16}$	210. $\frac{225}{270}$
211. 17	212. 29	213. Fr. 36.-	214. 28
215. 119 h	216. 4000	217. 9 h 10 min	218. 9 h
219. 12:24 Uhr	220. 3.6 h	221. 8.75 h	222. $110 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
223. a) $]-\infty, 0[ \cup ]\frac{1}{4}, \infty[$ b) $]0, 4]$ c) $]-\infty, -9[ \cup ]0, \infty[$ d) $]\infty, 0[ \cup [1, \infty[$		224. a) $]0, \frac{1}{7}[$ b) $]-\infty, 0[ \cup [7, \infty[$ c) $]-\infty, -1[ \cup ]0, \infty[$ d) $]-25, 0[$	
225. a) $]-4, -\frac{15}{4}[$ b) $[-8, -4[$	c) $]-4, 0]$ d) $]-\frac{17}{4}, -4[$	226. a) $]5, \frac{26}{5}[$ b) $]5, 10]$	c) $[0, 5[$ d) $]\frac{24}{5}, 5[$
227. a) $]-3, -1[$ b) $]-\infty, -5] \cup ]-3, \infty[$ c) $]-\infty, -7] \cup ]-3, \infty[$ d) $]-4, -3[$		228. a) $]-\infty, 6[ \cup [10, \infty[$ b) $]-\infty, 0[ \cup ]6, \infty[$ c) $]-\infty, -2[ \cup ]6, \infty[$ d) $]-\infty, 6[ \cup [12, \infty[$	
229. a) $]-\infty, \frac{1}{7}[ \cup ]1, \infty[$ b) $]-\infty, -\frac{1}{3}] \cup ]1, \infty[$ c) $[-\frac{1}{8}, 1[$ d) $]-\infty, 1[ \cup ]\frac{11}{5}, \infty[$		230. a) $]-\infty, -\frac{4}{3}[ \cup [0, \infty[$ b) $]-\frac{4}{3}, \frac{17}{6}[$ c) $]-\frac{4}{3}, 7]$ d) $]-\infty, -\frac{4}{3}[ \cup ]-\frac{13}{16}, \infty[$	
231. a) $]-\infty, -3[$ b) $]-2, \infty[$	c) $]-2, \infty[$ d) $]-\infty, -5[$	232. a) $]-8, \infty[$ b) $]4, \infty[$	c) $]-\infty, 3[$ d) $]-\infty, -4.5[$
233. a) $]-\infty, -3[ \cup ]2, \infty[$ b) $]-8, -6[$ c) $]-1, 8[$ d) $]-\infty, -2.5[ \cup ]6, \infty[$		234. a) $]-0.5, 7[$ b) $]-\infty, -9[ \cup ]-3, \infty[$ c) $]-2, 4[$ d) $]-6, 1[$	
235. a) $]-6, 4[$ b) $]-8, -3[ \cup ]6, \infty[$ c) $]-10, -4[ \cup [2, \infty[$ d) $[-9, 0[ \cup [3, \infty[$		236. a) $]-\infty, -3[ \cup [4, \infty[$ b) $]-\infty, 1[ \cup [2, 5[$ c) $]-1.5, -1[ \cup ]4, \infty[$ d) $[-3, -2] \cup ]7, \infty[$	
237. a) $]-\infty, -4[ \cup ]2, \infty[$ b) $]-\infty, -5[ \cup [3, 4]$ c) $]-8, -3[ \cup ]5.5, \infty[$ d) $]-\infty, -2[ \cup ]-1, 0[ \cup ]1, \infty[$		238. a) $]-2, 5[$ b) $]-\infty, -8] \cup ]-2, 2[$ c) $]-\infty, -6] \cup [-2, 4[$ d) $]-\infty, -5[ \cup [-3, 0] \cup ]1, \infty[$	

## 2 Funktionen

### 2.1 Funktionsbegriff

1. a) ja                          c) ja                          2. a) ja                          c) nein  
   b) nein                          d) nein                          b) nein                          d) ja  
 3. a)  $\rightarrow$                           c)  $\leftarrow$                           4. a)  $\leftrightarrow$                           c) weder noch  
   b)  $\leftrightarrow$                           d) weder noch                  b)  $\rightarrow$                           d)  $\rightarrow$   
 5. a) ja                                  c) ja                                  6. a) nein                                  c) ja  
   b) nein                                  d) nein                                  b) ja                                  d) ja  
 7. a) Einer Zahl wird ihr Doppeltes zugeordnet.  
     b) Einer Zahl wird die um eins grösse Zahl zugeordnet.  
     c) Einer Zahl wird ihr Kehrwert zugeordnet.  
     d) Einer Zahl wird ihr um drei erhöhtes Fünffaches zugeordnet.  
 8. a) Einer Zahl wird ihre Hälfte zugeordnet.  
     b) Einer Zahl wird ihre Quadratwurzel zugeordnet.  
     c) Einer Zahl wird ihre Quadratzahl zugeordnet.  
     d) Einer Zahl wird ihr um zwei verminderter Dreifaches zugeordnet.

9.  $x \mapsto 90^\circ - x$                           10.  $n \mapsto (n - 2) \cdot 180^\circ$   
 11. a)  $y = 2x$                           d)  $y = 2x + 3$                           12. a)  $y = 3x$                           d)  $y = x^2 + 1$   
   b)  $y = x^2$                                   e)  $y = -\frac{1}{x}$                                   b)  $y = x + 7$                           e)  $y = -|x|$   
   c)  $y = x + 5$                                   f)  $y = -x^3$                                   c)  $y = 2x - 1$                           f)  $y = x^3$   
 13. a)  $y = 4x$                                   c)  $y = 6x^2$                                   14. a)  $y = \sqrt{2}x$                           c)  $y = \frac{1}{16}x^2$   
   b)  $y = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$                           d)  $y = (\sqrt{\frac{x}{6}})^3$                           b)  $y = \sqrt{x}$                                   d)  $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$

15. a)  $\mathbb{D} = \text{Menge aller Primarschülerinnen und Primarschülern}, \mathbb{W} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
     b)  $\mathbb{D} = \text{Menge aller Schweizer}, \mathbb{W} = \{0, 1\}$   
     c)  $\mathbb{D} = \mathbb{N}, \mathbb{W} = \mathbb{N}$   
 16. a)  $\mathbb{D} = \text{Menge aller Zugreisenden}, \mathbb{W} = \{1, 2\}$   
     b)  $\mathbb{D} = \text{Menge aller Lottospielerinnen und Lottospielern}, \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
     c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$

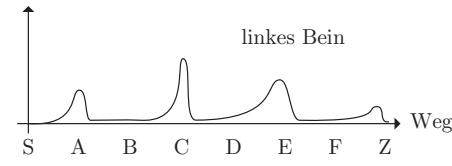
17. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$                                   e)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-8\}$                           18. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$                                   e)  $\mathbb{D} = [-3, \infty[$   
   b)  $\mathbb{D} = [1, \infty[$                           f)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$                                   b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$                           f)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$   
   c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$                           g)  $\mathbb{D} = [2, \infty[$                           c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$                                   g)  $\mathbb{D} = ]-\infty, \frac{4}{3}]$   
   d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$                                   h)  $\mathbb{D} = ]-\infty, 7]$                           d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$                                   h)  $\mathbb{D} = ]6, \infty[$   
 19. a)  $\mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$                                   c)  $\mathbb{W} = [-4, \infty[$                           20. a)  $\mathbb{W} = [1, \infty[$                           c)  $\mathbb{W} = \mathbb{R}_0^-$   
   b)  $\mathbb{W} = \mathbb{R}$                                   d)  $\mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$                                   b)  $\mathbb{W} = \mathbb{R}$                                   d)  $\mathbb{W} = \mathbb{R}$

21. a)  $[5, 7]$       b)  $[4, 8[$       c)  $\mathbb{R}$       d)  $[11, \infty[$
22. a)  $[-6, -4]$       b)  $[-9, -\frac{1}{2}[$       c)  $] -\infty, -3[$       d)  $[-\frac{9}{2}, \infty[$
23. a)  $[0, 36]$       b)  $[0, 36]$       c)  $[0, 49]$       d)  $[196, 324]$
24. a)  $[-100, -1]$       b)  $[-81, 0]$       c)  $[-49, -16]$       d)  $\mathbb{R}_0^-$
25. a)  $10, -18, 2$   
b)  $26, 1$   
c)  $\mathbb{D} = \mathbb{W} = \mathbb{R}$
26. a)  $0, -21, -6$   
b)  $12, 4$   
c)  $\mathbb{D} = \mathbb{W} = \mathbb{R}$
27. a)  $6, 2\sqrt{3} + 3, 4$   
b)  $5, 49$   
c)  $121$   
d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+, \mathbb{W} = [3, \infty[$
28. a)  $15, 8, 0$   
b)  $24, \pm 3$   
c)  $\pm 2$   
d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = [-1, \infty[$
29. a)  $-11, 22, 7$   
b)  $-4, 7$   
c)  $1, 10$   
d)  $-17$
30. a)  $-1, 17, -55$   
b)  $4, -8$   
c)  $0, \frac{5}{6}$   
d)  $-22$
31. a)  $-95, -4, 4.75$   
b)  $-31, \pm 7$   
c)  $5, y < 5$   
d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = ] -\infty, 5]$
32. a)  $-4, -2\sqrt{5}$ , unmöglich  
b)  $-10, 144$   
c)  $x \geq 0, y \leq 0$   
d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+, \mathbb{W} = ] -\infty, 0]$
33. a)  $235 \text{ kWh}, 140 \text{ kWh}, 250 \text{ kWh}, 245 \text{ kWh}$   
b)  $1, 105 \text{ kWh}$   
c)  $22, 28$   
d)  $220 \text{ kWh}$   
e)  $19$   
f) nein, die Zuordnung ist nicht eindeutig
34. a)  $600 \text{ m}, 600 \text{ m}, 300 \text{ m}, 200 \text{ m}$   
b)  $\approx 0.6, 5, \approx 5.7, 6$   
c)  $7, \approx 615 \text{ m}$   
d)  $3, 3.5$   
e)  $[0, 1], \approx [1.8, 3.4], \approx [5.2, 5.8]$   
f) nein, die Zuordnung ist nicht eindeutig
35. a)  $10, 2, 11$       36. a)  $18, 7, 38$       37. a)  $x \mapsto x - 2$       38. a)  $x \mapsto x + 3$   
b)  $8, 0, 7$       b)  $14, 3, 26$       b)  $x \mapsto 2x$       b)  $x \mapsto 3x + 1$   
c)  $10$       c)  $32$       c) ja, nein      c) ja, nein  
d)  $10, 2, 7$       d)  $11, 4, 6$       d)  $7, -6$       d)  $-7, 40$   
e)  $4, 8, 9$       e)  $10, 36, 7$       e)  $2x - 7, 2x - 10$       e)  $3x + 14, 3x + 22$
39. a)  $15, 121$   
b)  $29, 81$   
c)  $-2, 4$   
d)  $h(x) = 8x + 12$
40. a)  $12, 49$   
b)  $32, 49$   
c)  $1$   
d)  $h(x) = 2x^2 - 1$

41. a) N, V, C  
 b) VFKXOH, NODVVH  
 c) SCHREIBTISCH
43. a) H, P, W  
 b) AYHT, CLSV  
 c) KINDERWAGEN
45. a)  $c_8$   
 b)  $c_{18}$   
 c)  $c_{17}$  (ANANAS)  
 d) MATHE IST COOL
47. a) FUNKTION,  $c_{11}$   
 b)  $k = 13$   
 c) -
42. a) I, A, O  
 b) DOJHEUD, JHRPHWULH  
 c) WANDTAFEL
44. a) X, G, Q  
 b) GYHMU, MJCHX  
 c) HAUSWART
46. a)  $c_{10}$   
 b)  $c_{16}$   
 c)  $c_{19}$  (MISSISSIPPI)  
 d) PUNKT VOR STRICH
48. a) ALGEBRA,  $c_{23}$   
 b)  $c_{-k} = c_{26-k}$   
 c) Man muss höchstens 26 mal probieren.

## 2.2 Graphen

49. a) Kraft

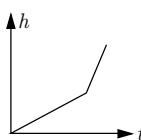


- b) Geschw.  

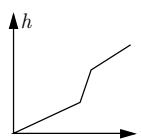
 A graph showing speed (Geschw.) on the vertical axis and path (Weg) on the horizontal axis. The path is marked with points S, A, B, C, D, E, F, Z. The graph shows a series of peaks and troughs, starting with a small peak at A, followed by a larger peak at C labeled "rechtes Bein", and then smaller peaks at D, E, and F.

51. a) ①-B, ②-D, ③-H, ④-E, ⑤-F, ⑥-C

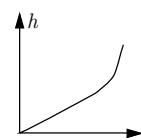
- b)  $\mathcal{A}$



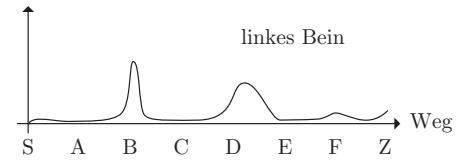
- $\mathcal{B}$



- $\mathcal{C}$



50. a) Kraft



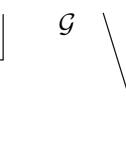
- b) Geschw.  

 A graph showing speed (Geschw.) on the vertical axis and path (Weg) on the horizontal axis. The path is marked with points S, A, B, C, D, E, F, Z. The graph shows a series of peaks and troughs, starting with a small peak at A, followed by a larger peak at C labeled "rechtes Bein", and then smaller peaks at D, E, and F.

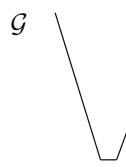
- $\mathcal{A}$



- $\mathcal{D}$

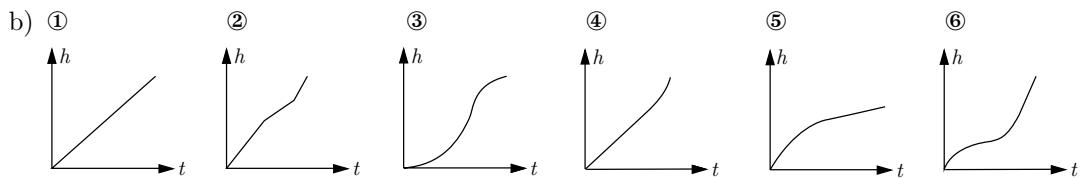
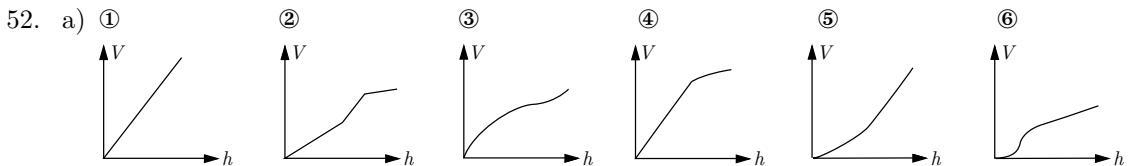


- $\mathcal{E}$

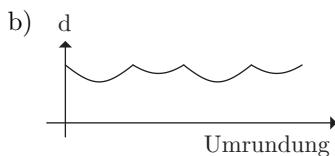


- $\mathcal{F}$





53. a) A-④, B-②, C-⑥, D-⑤, E-⑦, F-①  
③ hat kein Diagramm

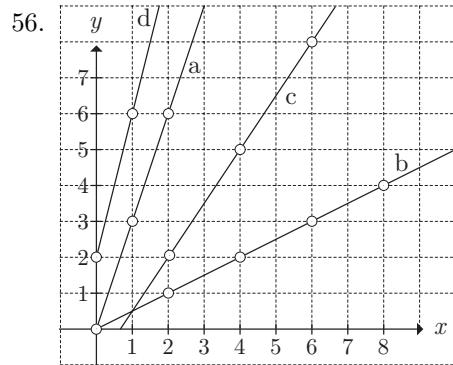
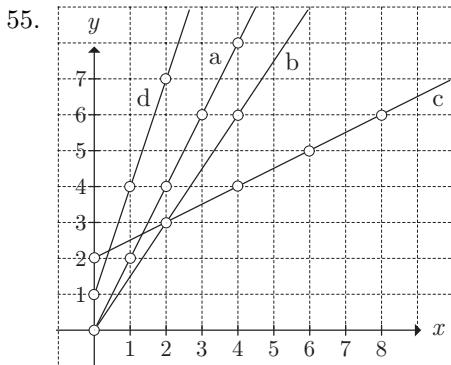
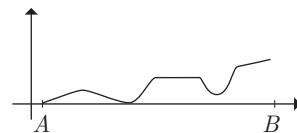


54. a) das zweite

b) erstes:  $A \circ$  

drittess:  $A \circ$  

c) Höhe

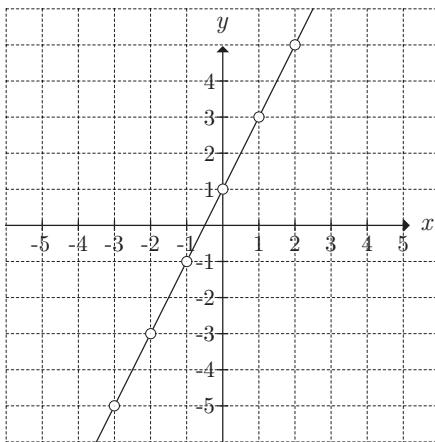


57. a) Beide erhalten genau gleich viel. Aber ich sollte mehr erhalten, da ich älter bin.  
b) Diese Variante ist super, ich erhalte genau 8 mal so viel wie Sara.  
c) Diese Variante ist unfair, Sara erhält doppelt so viel wie ich!  
d) Für kleine Beträge ist diese Variante unfair, aber für grössere (ab 5) wird sie immer besser.

58. e) Wir erhalten fast gleich viel, Lola etwas mehr. Kann ich knapp akzeptieren.  
f) Diese Variante ist super, denn ich erhalte 5 mal so viel wie Lola.  
g) Bei dieser Variante erhalte ich immer 2 Franken weniger als Lola.  
h) Für kleine Beträge ist diese Variante super, aber für grössere (ab 7) wird sie immer unfairer.

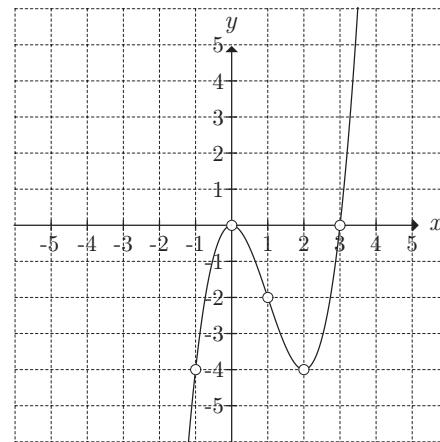
59. a)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-5	-3	-1	1	3	5	7



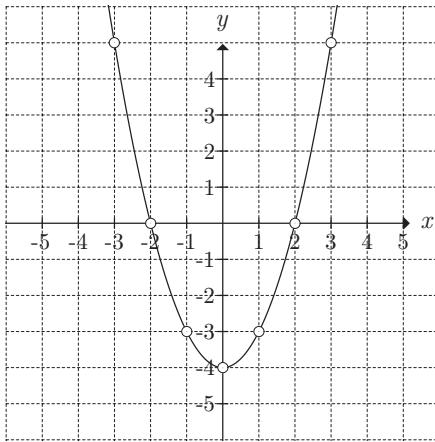
d)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	-20	-4	0	-2	-4	0	16



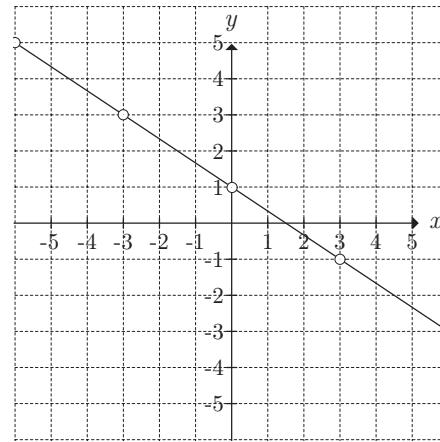
b)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	5	0	-3	-4	-3	0	5



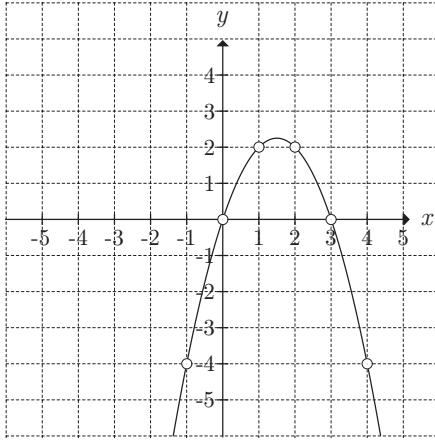
e)

$x$	-9	-6	-3	0	3	6	9
$y$	7	5	3	1	-1	-3	-5



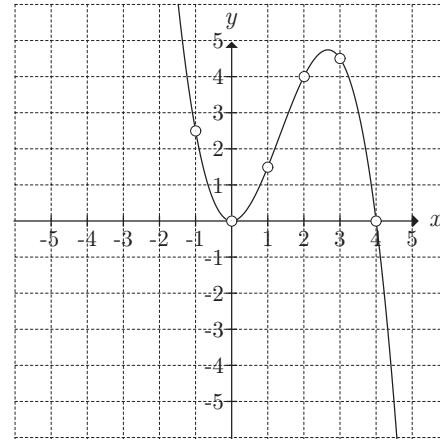
c)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	-10	-4	0	2	2	0	-4



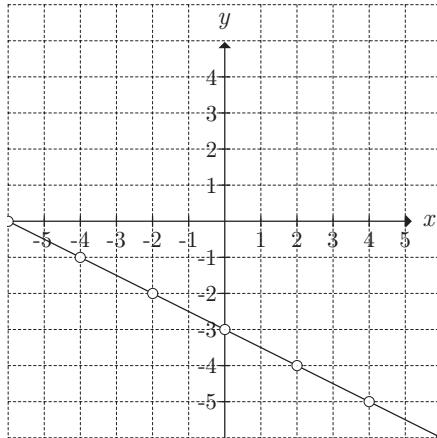
f)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	12	-1	0	1.5	4	4.5	0



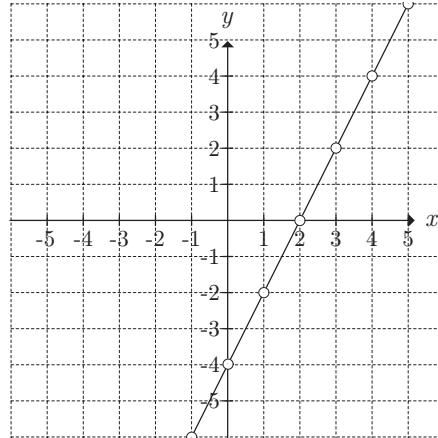
60. a)

$x$	-6	-4	-2	0	2	4	6
$y$	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6



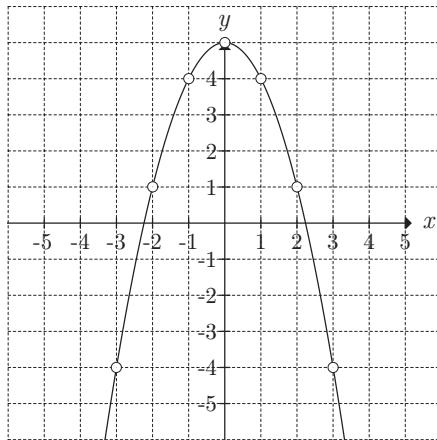
d)

$x$	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-6	-4	-2	0	2	4	6



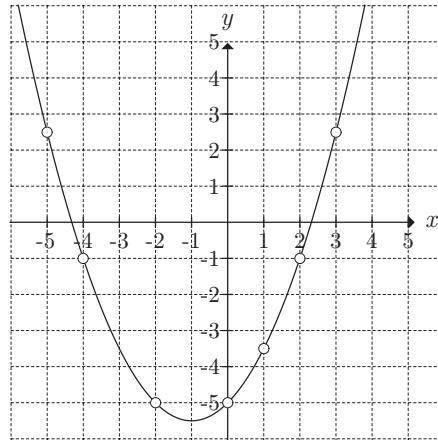
b)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-4	1	4	5	4	1	-4



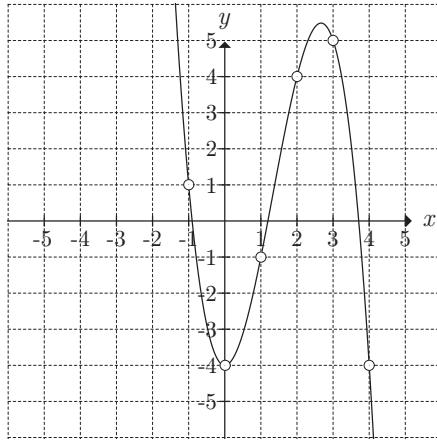
e)

$x$	-5	-4	-2	0	1	2	3
$y$	2.5	-1	-5	-5	-3.5	-1	2.5



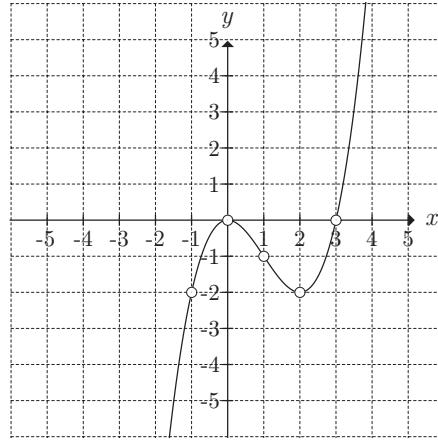
c)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	20	1	-4	1	4	5	-4



f)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	-10	-2	0	-1	-2	0	8



61. a) nein b) ja c) ja d) nein e) nein

62. a) nein b) ja c) nein d) ja e) ja

63. wahr falsch  
a)   c)  
b)   d)

wahr falsch  
c)    
d)

wahr falsch  
a)    
b)

wahr falsch  
c)    
d)

65. wahr falsch  
a)    
b)   d)

wahr falsch  
c)    
d)

wahr falsch  
a)    
b)

wahr falsch  
c)    
d)

67. wahr falsch  
a)    
b)   d)

wahr falsch  
c)    
d)

wahr falsch  
a)    
b)

wahr falsch  
c)    
d)

### 3 Lineare Funktionen

#### 3.1 Proportionalität, Antiproportionalität

1. a) proportional      d) antiprop.      2. a) antiprop.      d) weder noch  
 b) weder noch      e) weder noch      b) proportional      e) antiprop.  
 c) proportional      f) proportional      c) proportional      f) weder noch
3. a) 

$x$	1	2	3	5
$y$	4	8	12	20

      b) 

$x$	2	4	8	$\frac{25}{3}$
$y$	6	12	24	25

      c) 

$x$	-12	-3	18	54
$y$	16	4	-24	-72

  
 d)  $y = 4x$       y =  $3x$        $y = -\frac{4}{3}x$
4. a) 

$x$	4	6	8	12
$y$	6	9	12	18

      b) 

$x$	-4	6	-16	48
$y$	2	-3	8	-24

      c) 

$x$	4	12	28	48
$y$	5	15	35	60

  
 d)  $y = \frac{3}{2}x$        $y = -\frac{1}{2}x$        $y = \frac{5}{4}x$
5. a) 

$x$	1	2	3	5
$y$	4	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$

      b) 

$x$	2	1	8	$\frac{2}{5}$
$y$	6	12	$\frac{3}{2}$	30

      c) 

$x$	-12	-3	$\frac{1}{2}$	54
$y$	1	4	-24	$-\frac{2}{9}$

  
 d)  $y = \frac{4}{x}$        $y = \frac{12}{x}$        $y = -\frac{12}{x}$
6. a) 

$x$	4	6	8	12
$y$	6	4	3	2

      b) 

$x$	-4	$\frac{8}{3}$	-1	48
$y$	2	-3	8	$-\frac{1}{6}$

      c) 

$x$	4	12	$\frac{36}{7}$	3
$y$	45	15	35	60

  
 d)  $y = \frac{24}{x}$        $y = -\frac{8}{x}$        $y = \frac{180}{x}$
7. a) proportional,  $y = \frac{3}{5}x$ , 

$x$	-4	5	8	14
$y$	-2.4	3	4.8	8.4

  
 b) antiprop.,  $y = \frac{9}{x}$ , 

$x$	6	4.5	-2.25	-0.5
$y$	1.5	2	-4	-18

  
 c) proportional,  $y = \frac{1}{2}x$ , 

$x$	1	2	4	8
$y$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

      antiprop.,  $y = \frac{32}{x}$ , 

$x$	1	2	4	8
$y$	32	16	8	4
8. a) antiprop.,  $y = \frac{12}{x}$ , 

$x$	-3	4	5	10
$y$	-4	3	2.4	1.2

  
 b) prop.,  $y = -x$ , 

$x$	13	1	-2	-11
$y$	-13	-1	2	11

      antiprop.,  $y = -\frac{4}{x}$ , 

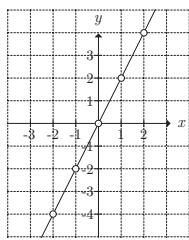
$x$	$\frac{4}{13}$	4	-2	$-\frac{4}{11}$
$y$	-13	-1	2	11

  
 c) proportional,  $y = \frac{2}{3}x$ , 

$x$	0	5	8	9
$y$	0	$\frac{10}{3}$	$\frac{16}{3}$	6

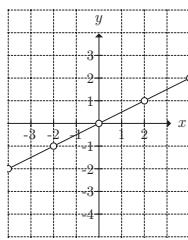
9. a)

$x$	-1	0	1	2
$y$	-2	0	2	4



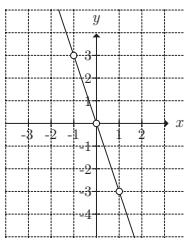
c)

$x$	-2	0	2	4
$y$	-1	0	1	2



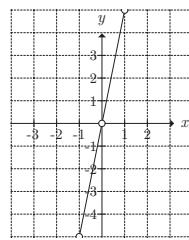
10. a)

$x$	-1	0	1	2
$y$	3	0	-3	-6



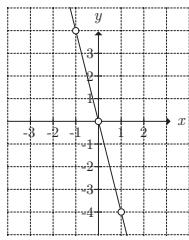
c)

$x$	-1	0	1	2
$y$	-5	0	5	10



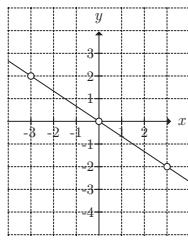
b)

$x$	-1	0	1	2
$y$	4	0	-4	-8



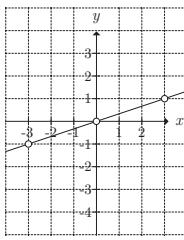
d)

$x$	-3	0	3	6
$y$	2	0	-2	-4



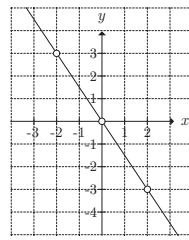
b)

$x$	-3	0	3	6
$y$	-1	0	1	2



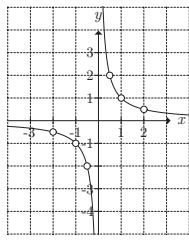
d)

$x$	-2	0	2	4
$y$	3	0	-3	-6



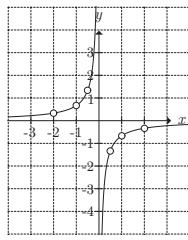
11. a)

$x$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm 1$	$\pm 2$
$y$	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm\frac{1}{2}$



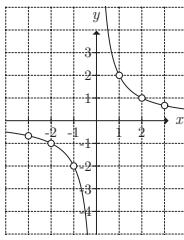
c)

$x$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm 1$	$\pm 2$
$y$	$\mp\frac{4}{3}$	$\mp\frac{2}{3}$	$\mp\frac{1}{3}$



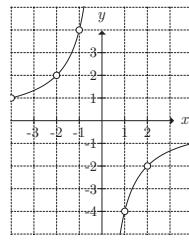
12. a)

$x$	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$
$y$	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm\frac{2}{3}$



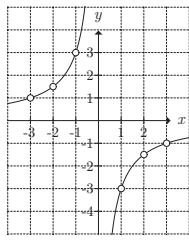
c)

$x$	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 4$
$y$	$\mp 4$	$\mp 2$	$\mp 1$



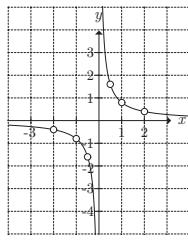
b)

$x$	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$
$y$	$\mp 3$	$\mp\frac{3}{2}$	$\mp 1$



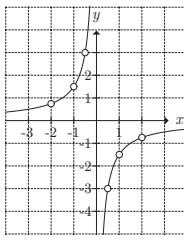
d)

$x$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm 1$	$\pm 2$
$y$	$\pm\frac{8}{5}$	$\pm\frac{4}{5}$	$\pm\frac{2}{5}$



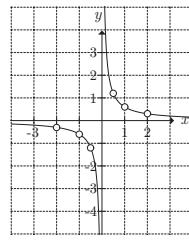
b)

$x$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm 1$	$\pm 2$
$y$	$\mp 3$	$\mp\frac{3}{2}$	$\mp\frac{3}{4}$



d)

$x$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm 1$	$\pm 2$
$y$	$\pm\frac{6}{5}$	$\pm\frac{3}{5}$	$\pm\frac{3}{10}$

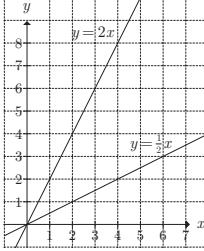
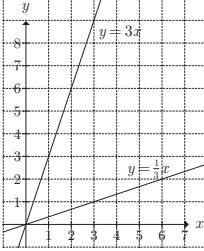
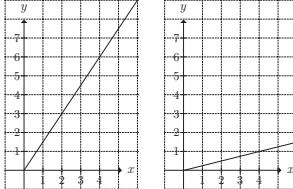
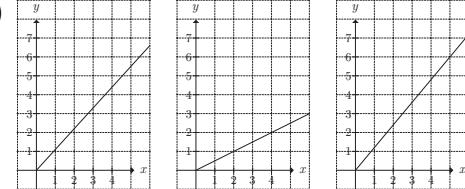


13.  $f_1 : y = \frac{2}{3}x$ ,  $f_2 : y = 2x$ ,  $f_3 : y = -3x$ ,  
 $f_4 : y = -\frac{5}{3}x$ ,  $f_5 : y = -\frac{1}{4}x$

14.  $f_1 : y = \frac{1}{2}x$ ,  $f_2 : y = \frac{4}{3}x$ ,  $f_3 : y = 4x$ ,  
 $f_4 : y = -\frac{3}{2}x$ ,  $f_5 : y = -\frac{1}{3}x$

15. a)  $g : y = -2x$       c)  $g : y = -\frac{1}{4}x$   
 b)  $g : y = x$       d)  $g : y = 7x$

16. a)  $g : y = -\frac{2}{3}x$       c)  $g : y = 0.1x$   
 b)  $g : y = 3x$       d)  $g : y = -x$

17. a) z. B.  $(1, 4), (2, 8), (3, 12)$   
 b) z. B.  $(3, 2), (6, 4), (9, 6)$   
 c) z. B.  $(-1, 7), (-2, 14), (-3, 21)$   
 d) z. B.  $(10, 9), (20, 18), (30, 27)$   
 e) z. B.  $(-5, 8), (-10, 16), (-15, 24)$   
 f) z. B.  $(9, 5), (18, 10), (27, 15)$
18. a) z. B.  $(-1, 6), (-2, 12), (-3, 18)$   
 b) z. B.  $(7, 4), (14, 8), (21, 12)$   
 c) z. B.  $(-3, 4), (-6, 8), (-9, 12)$   
 d) z. B.  $(1, 8), (2, 16), (3, 24)$   
 e) z. B.  $(-9, 2), (-18, 4), (-27, 6)$   
 f) z. B.  $(5, 3), (10, 6), (15, 9)$
19. a)  $y = \frac{1}{7}x$   
 b)  $y = -\frac{2}{3}x$   
 c)  $y = \frac{5}{4}x$   
 d)  $y = \frac{b}{a}x$
20. a)  $y = -2x$   
 b)  $y = \frac{1}{5}x$   
 c)  $y = -\frac{5}{4}x$   
 d)  $y = \frac{3b}{a}x$
21. a)  $(0, 2)$   
 b)  $(1, 3)$   
 c)  $y = 3x$   
 d)  $y = \frac{2}{3}x$   
 e)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 f)  $y = \frac{b}{a}x$
22. a)  $(-3, 0)$   
 b)  $(-4, 2)$   
 c)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 d)  $y = -\frac{1}{4}x$   
 e)  $y = 3x$   
 f)  $y = \frac{b}{a}x$
23.   
 Die Gleichung  $y = \frac{1}{2}x$  ist korrekt. Bei allen Punkten wie z. B.  $(4, 2)$  auf dem Graphen dieser Funktion ist die  $x$ -Koordinate doppelt so gross wie die  $y$ -Koordinate.
24.   
 Die Gleichung  $y = \frac{1}{3}x$  ist korrekt. Bei allen Punkten wie z. B.  $(6, 2)$  auf dem Graphen dieser Funktion ist die  $y$ -Koordinate ein Drittel so gross wie die  $x$ -Koordinate.
25. a) steiler  
 b) I, III  
 c)  $(0, 0)$   
 d)  $x$ -Achse,  $y$ -Achse  
 e) a
26. a) Geraden  
 b) II, IV  
 c) flacher  
 d) a  
 e) steigt, fällt
27. a)  $y = 4x$   
 b)  $y = 1.5x$   
 c)  $y = \frac{1}{4}x$   
 d) 
28. a)  $y = 1.1x$   
 b)  $y = 0.5x$   
 c)  $y = 1.2x$   
 d) 
29. a)  $y = \frac{5}{4}x$   
 b) 25 g, 187.5 ml, 3.75 Eier, d. h.  $\approx 4$  Eier
30. a)  $y = 1.054x$   
 b)  $\approx \$25.82, \approx \$8.43, \approx \$246.64$
31. a)  $y = 1.81x$   
 b) Fr. 54.30  
 c)  $\approx 11.05 \ell$
32. a)  $y = 1.414x$   
 b)  $\approx 17$  cm  
 c)  $\approx 29.7$  cm
33. a)  $f : y = \frac{110}{21}x \approx 5.24x$   
 b)  $f(16) \approx \text{Fr. } 84.-$   
 c)  $\mathbb{D} = \{0, 1, 2, \dots, 42\}, \mathbb{W} = [0, 220]$
34. a)  $y = 0.09x$   
 b) Fr. 11.70  
 c) keine negativen Zahlen

35. a)  $(-1, 3)$ ,  $y = -3x$   
 b)  $y = -2x$   
 c)  $y = -\frac{3}{2}x$   
 d)  $y = -\frac{b}{a}x$

37. a)   b)
- c)   d)

36. a)  $x - b$ ,  $a - x$   
 b)  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$   
 c)  $x - b = a - x \Rightarrow x = (a + b) : 2$   
 d)  $Q_1(7, 7)$ ,  $Q_2(8.5, 8.5)$ ,  $Q_3(-1, -1)$

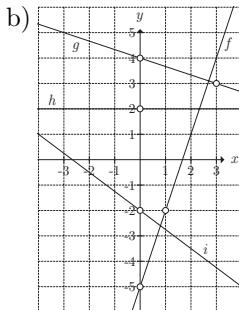
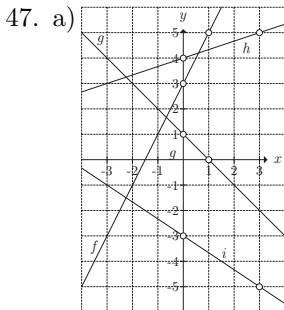
38. a)   b)
- c)   d)

## 3.2 Die lineare Funktion

39. a) ja,  $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$  e) nein  
 b) ja,  $y = (0x +) 5$  f) ja,  $y = \frac{9}{2}x + \frac{1}{2}$   
 c) nein g) ja,  $y = 9x (+0)$   
 d) ja,  $y = \frac{1}{4}x + 3$  h) nein

41. ①-C, ②-F, ③-D, ④-A, ⑤-E, ⑥-B

43. a)  $f_1 : y = 2x + 4$ ,  $f_2 : y = -2x + 4$ ,  
 $f_3 : y = 2x - 4$ ,  $f_4 : y = -2x - 4$   
 b)  $f_1 : y = -\frac{1}{3}x + 3$ ,  $f_2 : y = \frac{1}{3}x + 3$ ,  
 $f_3 : y = \frac{1}{3}x - 3$ ,  $f_4 : y = -\frac{1}{3}x - 3$
45.  $f : y = 4x + 3$  h:  $y = -\frac{3}{4}x + 2$   
 $g : y = -3x - 2$  i:  $y = \frac{4}{3}x - 7$



49.  $f : y = 2x$  i:  $y = \frac{1}{4}x + 3$   
 $g : y = 6$  j:  $y = -\frac{2}{3}x - 5$   
 $h : y = -\frac{3}{5}x + 4$  k:  $y = \frac{1}{2}x - 4$
51. a)  $y = 3x - 2$  c)  $y = -x + 2$   
 b)  $y = -8x - 5$  d)  $y = 7$
53. a) ja,  $y = \frac{1}{2}x + 4$  c) nein  
 b) nein d) ja,  $y = -4x - 9$

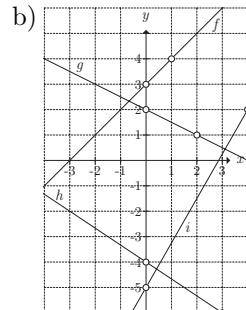
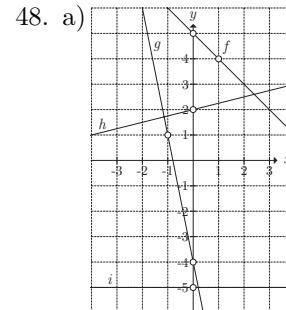
55. ja;  $y = 2x$ ,  $\mathbb{D} = [0, 350]$ ,  $\mathbb{W} = [0, 700]$

57. ja,  $y = 3x - 12$ ,  $\mathbb{D} = \{0, 1, 2, \dots, 24\}$ ,  
 $\mathbb{W} = \{-12, -9, -6, \dots, 60\}$

40. a) ja,  $y = 2x - 4$  e) nein  
 b) nein f) ja,  $y = -x (+0)$   
 c) nein g) nein  
 d) ja,  $y = \frac{1}{6}x - \frac{5}{6}$  h) nein

42. ①-D, ②-F, ③-E, ④-A, ⑤-C, ⑥-B

44. a)  $f_1 : y = \frac{2}{3}x + 2$ ,  $f_2 : y = -\frac{2}{3}x + 2$ ,  
 $f_3 : y = \frac{2}{3}x - 2$ ,  $f_4 : y = -\frac{2}{3}x - 2$   
 b)  $f_1 : y = 3x - 4$ ,  $f_2 : y = -3x - 4$ ,  
 $f_3 : y = 3x + 4$ ,  $f_4 : y = -3x + 4$
46.  $f : y = -\frac{2}{3}x + 6$  h:  $y = \frac{1}{4}x + 2$   
 $g : y = -4x - 1$  i:  $y = \frac{3}{5}x - 7$

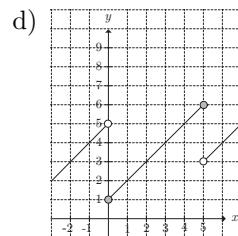
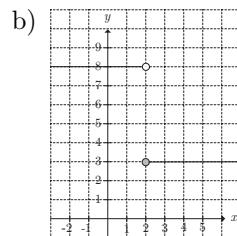
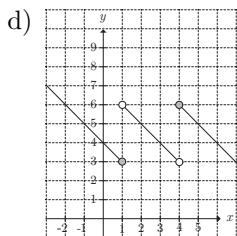
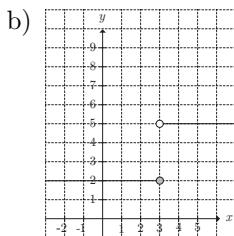
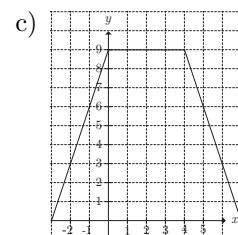
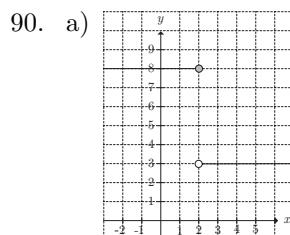
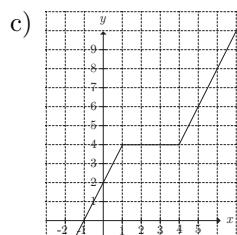
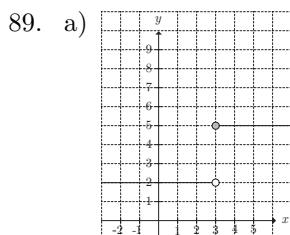
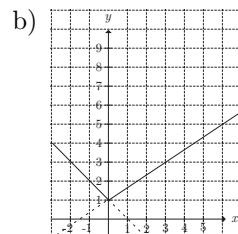
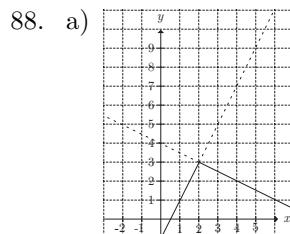
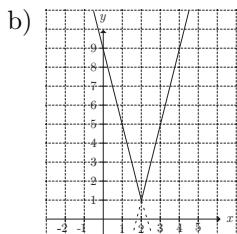
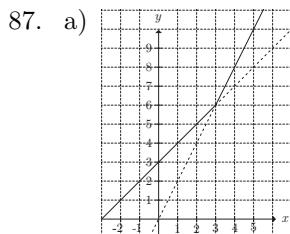


50.  $f : y = \frac{5}{3}x + 1$  i:  $y = -\frac{1}{5}x - 2$   
 $g : y = -3x + 3$  j:  $y = -4$   
 $h : y = -\frac{3}{2}x - 5$  k:  $y = \frac{1}{3}x - 7$
52. a)  $y = 9$  c)  $y = -\frac{2}{3}x$   
 b)  $y = 3x + 6$  d)  $y = \frac{5}{4}x + 4$
54. a) ja,  $y = -\frac{1}{3}x - 3$  c) ja,  $y = \frac{5}{3}x + 1$   
 b) nein d) nein

56. ja,  $y = 60x + 10$ ,  $\mathbb{D} = [0, ?]$ ,  $\mathbb{W} = [0, ?]$

58. ja,  $y = -16x + 960$ ,  $\mathbb{D} = \{0, 0.2, 0.4, \dots, 60\}$ ,  
 $\mathbb{W} = \{3.20, 6.40, 9.60, \dots, 960\}$

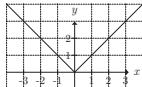
59. nicht linear,  $y = 200 \cdot 1.08^x$
60. ja,  $y = 2x + 2$ ,  $\mathbb{D} = \{1, 2, 3, \dots, ?\}$ ,  
 $\mathbb{W} = \{4, 6, 8, \dots, ?\}$
61. ja,  $y = 0.5x - 4$ ,  $\mathbb{D} = \{0, 1, 2, \dots, 30\}$ ,  
 $\mathbb{W} = \{-4, -3.5, -3, \dots, 11\}$
62. nicht linear,  $y = x(x+1) : 2$
63. a)  $A(1, 2)$ ,  $B(-5, 14)$ ,  $C(6, -8)$   
b)  $A(0, -6)$ ,  $B(12, -15)$ ,  $C(-8, 0)$   
c)  $A(-\frac{1}{20}, 0)$ ,  $B(-1, -\frac{19}{5})$ ,  $C(-\frac{9}{5}, -7)$   
d)  $A(\frac{3}{2}, -1)$ ,  $B(-\frac{9}{2}, 2)$ ,  $C(0, -\frac{1}{4})$
64. a)  $A(4, 7)$ ,  $B(-2, -11)$ ,  $C(6, 13)$   
b)  $A(12, 18)$ ,  $B(1, \frac{10}{3})$ ,  $C(-9, -10)$   
c)  $A(5, -17)$ ,  $B(-3, 11)$ ,  $C(2, -\frac{13}{2})$   
d)  $A(-\frac{1}{15}, 0)$ ,  $B(\frac{4}{3}, -7)$ ,  $C(\frac{1}{5}, -\frac{4}{3})$
65. a)  $-6$   
b)  $\frac{9}{5}$   
c)  $\frac{1}{2}$   
d)  $\frac{50}{3}$
66. a)  $5$   
b)  $\frac{7}{3}$   
c)  $-\frac{35}{2}$   
d)  $\frac{1}{4}$
67. a)  $y = \frac{1}{2}x + 3$   
b)  $y = \frac{1}{2}x + 5$   
c)  $y = \frac{1}{3}x + 1$   
d)  $y = \frac{1}{3}x + 5$   
e)  $y = 4x + 11$   
f)  $y = -\frac{3}{5}x + \frac{47}{5}$
68. a)  $y = -2x - 4$   
b)  $y = -2x - 7$   
c)  $y = \frac{1}{2}x - 8$   
d)  $y = -\frac{1}{2}x - 4$   
e)  $y = -3x + 12$   
f)  $y = -\frac{5}{7}x + \frac{31}{7}$
69. a)  $f(x) = 2x - 3$   
b)  $f(x) = -\frac{1}{3}x + 3$   
c)  $f(x) = \frac{1}{4}x + 6$   
d)  $f(x) = -2x + 8$
70. a)  $f(x) = \frac{2}{3}x + 4$   
b)  $f(x) = -1$   
c)  $f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$   
d)  $f(x) = \frac{1}{5}x - \frac{17}{5}$
71. a)  $f(x) = 2x + 3$   
b)  $f(x) = -\frac{1}{4}x + 5$   
c)  $f(x) = 5x - 1$   
d)  $f(x) = 2x - 14$
72. a)  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$   
b)  $f(x) = -6x + 5$   
c)  $f(x) = -\frac{1}{6}x - 9$   
d)  $f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$
73.  $B(-3, 4)$ ,  $C(-4, -3)$ ,  $D(3, -4)$   
f:  $y = 7x - 25$   
g:  $y = 7x + 25$   
h:  $y = -\frac{1}{7}x + \frac{25}{7}$   
j:  $y = -\frac{1}{7}x - \frac{25}{7}$
74.  $B(-12, 5)$ ,  $C(-5, -12)$ ,  $D(12, -5)$   
f:  $y = -\frac{17}{7}x + \frac{169}{7}$   
g:  $y = -\frac{17}{7}x - \frac{169}{7}$   
h:  $y = \frac{7}{17}x + \frac{169}{17}$   
j:  $y = \frac{7}{17}x - \frac{169}{17}$
75. a)  $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$   
b)  $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$   
c)  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{14}{3}$   
d)  $y = \frac{6}{5}x - 3$
76. a)  $y = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$   
b)  $y = -\frac{5}{9}x + \frac{4}{3}$   
c)  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$   
d)  $y = \frac{4}{9}x - \frac{13}{3}$
77. f:  $y = -\frac{1}{4}x + 5$   
g:  $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$   
h:  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$   
i:  $y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$   
j:  $y = -3$   
k:  $x = 5$
78. f:  $y = 2x + 1$   
g:  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$   
h:  $y = 5$   
i:  $x = -4$   
j:  $y = -\frac{1}{6}x - \frac{17}{6}$   
k:  $y = \frac{2}{7}x - \frac{38}{7}$
79. a)  $f(-4) = \frac{25}{2}$ ,  $f(\frac{3}{2}) = -4$   
b)  $q = 14$ ,  $f(4) = 42$   
c)  $m = 3$ ,  $f(-4) = -15$   
d)  $m = -\frac{1}{4}$ ,  $q = 1$ ,  $f(15) = -\frac{11}{4}$
80. a)  $f(-\frac{2}{5}) = 1$  sowie  $f(7) = -\frac{69}{5}$   
b)  $q = -36$ ,  $f(-1) = -43$   
c)  $m = -5$ ,  $f(2) = -14$   
d)  $m = \frac{4}{3}$ ,  $q = 6$ ,  $f(3) = 10$
81. a)  $(-3, -2)$   
b) parallel  
c)  $(-2, 3)$   
d)  $(30, 15)$
82. a)  $(10, 7)$   
b)  $(2, -4)$   
c) parallel  
d)  $(11, 0)$
83. a)  $f: 2$ ,  $g: -\frac{1}{3}$   
b)  $f': y = 2x - 7$   
c)  $g': y = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$   
d)  $A(1, -5)$ , Wie von C nach D:  
Bei B -6 in x- und 2 in y-Richtung
84. a)  $f: -\frac{2}{5}$ ,  $g: \frac{1}{3}$   
b)  $f': y = -\frac{2}{5}x + \frac{47}{5}$   
c)  $g': y = \frac{1}{3}x + \frac{26}{3}$   
d)  $D(1, 9)$ , Wie von B nach C:  
Bei A 3 in x- und 1 in y-Richtung
85.  $A(\frac{5}{4}, \frac{19}{4})$ ,  $B(\frac{14}{3}, \frac{4}{3})$ ,  $C(\frac{37}{5}, \frac{34}{5})$
86.  $A(\frac{7}{3}, \frac{13}{3})$ ,  $B(\frac{39}{5}, \frac{8}{5})$ ,  $C(\frac{23}{4}, \frac{31}{4})$



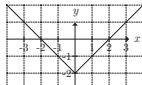
91.  $f : y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3 & \text{für } x < 2 \\ x & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$

$g : y = \begin{cases} x + 4 & \text{für } x < 3 \\ -\frac{2}{3}x + 9 & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$

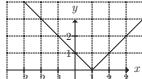
93. a)  $y = \begin{cases} -x & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



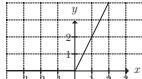
b)  $y = \begin{cases} -x - 2 & \text{für } x < 0 \\ x - 2 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



c)  $y = \begin{cases} -x + 1 & \text{für } x < 1 \\ x - 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$



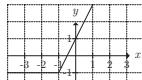
d)  $y = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 2x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



e)  $y = \begin{cases} 3x & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



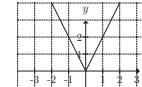
f)  $y = \begin{cases} -1 & \text{für } x < -1 \\ 2x + 1 & \text{für } x \geq -1 \end{cases}$



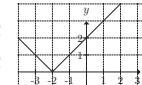
92.  $f : y = \begin{cases} x + 1 & \text{für } x < 6 \\ -2x + 19 & \text{für } x \geq 6 \end{cases}$

$g : y = \begin{cases} -\frac{1}{4}x + 3 & \text{für } x < 8 \\ x - 7 & \text{für } x \geq 8 \end{cases}$

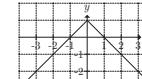
94. a)  $y = \begin{cases} -2x & \text{für } x < 0 \\ 2x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



b)  $y = \begin{cases} -x - 2 & \text{für } x < -2 \\ x + 2 & \text{für } x \geq -2 \end{cases}$



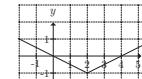
c)  $y = \begin{cases} x + 1 & \text{für } x < 0 \\ -x + 1 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



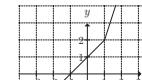
d)  $y = \begin{cases} -2x & \text{für } x < 0 \\ 0 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$



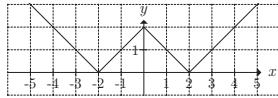
e)  $y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x & \text{für } x < 2 \\ \frac{1}{2}x - 2 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$



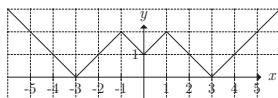
f)  $y = \begin{cases} x + 1 & \text{für } x < 1 \\ 3x - 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$



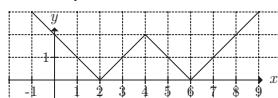
95. a)  $y = \begin{cases} -x - 2 & \text{für } x < -2 \\ x + 2 & \text{für } -2 \leq x < 0 \\ -x + 2 & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ x - 2 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$



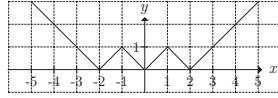
b)  $y = \begin{cases} -x - 3 & \text{für } x < -3 \\ x + 3 & \text{für } -3 \leq x < -1 \\ -x + 1 & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ x + 1 & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ -x + 3 & \text{für } 1 \leq x < 3 \\ x - 3 & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$



96. a)  $y = \begin{cases} -x + 2 & \text{für } x < 2 \\ x - 2 & \text{für } 2 \leq x < 4 \\ -x + 6 & \text{für } 4 \leq x < 6 \\ x - 6 & \text{für } x \geq 6 \end{cases}$



b)  $y = \begin{cases} -x - 2 & \text{für } x < -2 \\ x + 2 & \text{für } -2 \leq x < -1 \\ -x & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ x & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ -x + 2 & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ x - 2 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$



### 3.3 Anwendungen

97. a)  $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$

b) ca.  $-17.8^\circ\text{C}$ , ca.  $37.8^\circ\text{C}$

c) Von der Fahrenheit-Temperatur  $32^\circ$  abziehen, dann mal  $\frac{5}{9}$

99. Ab einer Auflage von 2223 ist der Gewinn beim Druck höher.

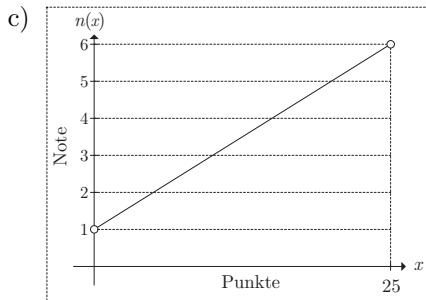
101. Bis 150 km ist B billiger, dann A.

Zürich-Sirnach retour: ca. 110 km.

Somit ist wohl Anbieter B die bessere Wahl.

103. a)  $n : x \mapsto n(x) = \frac{5}{M} \cdot x + 1$

b) 4.4, 15



d) Es gibt nur eine Gerade zwischen  $(0, 1)$  und  $(M, 6)$ .

105. a) v.l.n.r. 5 %, 3.2 %, 4 %

b)  $\approx 3.9\%$

c) v.l.n.r.  $\frac{1}{20}, \frac{4}{125}, \frac{1}{25}$

d)  $\approx 2.6\text{ km}$

98. a)  $y = \frac{9}{5}x + 32$

b)  $68^\circ\text{F}, 5^\circ\text{F}$

c) Fahrenheittemperaturen sind praktisch immer positiv.

100. Ab 100 h pro Monat, d. h. ab etwa 25 h pro Woche ist eine Festanstellung günstiger.

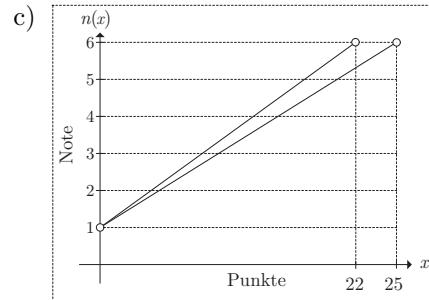
102. Gleich hohe Auszahlungen: nach 37.5 J.

Lebenserwartung: knapp 85 J.

Das erste Angebot ist wohl besser.

104. a)  $n' : x \mapsto n(x) = \frac{5}{M'} \cdot x + 1$

b) Nora: 5 / 5.6, Leon: 2.6 / 2.8.



Noras Note ist 0.6 höher, Leons nur 0.2.

d) Die hohen Punktzahlen profitieren mehr.

106. a) v.l.n.r. 312.5 %, 400 %, 500 %, 250 %

b)  $\approx 342\%$

c) v.l.n.r. 3.125, 4, 5, 2.5

d)  $\approx 208\text{ m}$

107. a)  $f : y = \begin{cases} \text{Fr. 8.50} & \text{für } 0 \text{ kg} < x \leq 2 \text{ kg} \\ \text{Fr. 11.50} & \text{für } 2 \text{ kg} < x \leq 10 \text{ kg} \\ \text{Fr. 20.50} & \text{für } 10 \text{ kg} < x \leq 30 \text{ kg} \end{cases}$

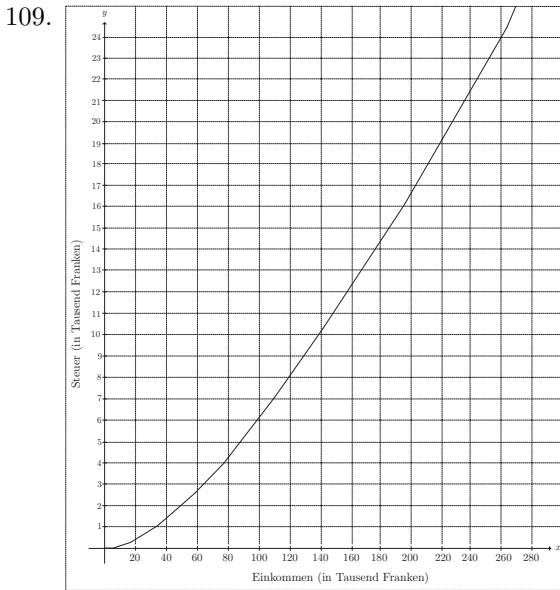
b)  $f(1.9 \text{ kg}) = \text{Fr. 8.50}, f(3.4 \text{ kg}) = \text{Fr. 11.50}, f(10 \text{ kg}) = \text{Fr. 11.50}$

c)  $\mathbb{D} = ]0, 30], \mathbb{W} = \{8.50, 11.50, 20.50\}$

108. a)  $f : y = \begin{cases} \text{Fr. 10.50} & \text{für } 0 \text{ kg} < x \leq 2 \text{ kg} \\ \text{Fr. 13.50} & \text{für } 2 \text{ kg} < x \leq 10 \text{ kg} \\ \text{Fr. 22.50} & \text{für } 10 \text{ kg} < x \leq 30 \text{ kg} \end{cases}$

b)  $f(0.8 \text{ kg}) = \text{Fr. 10.50}, f(28.4 \text{ kg}) = \text{Fr. 22.50}, f(2 \text{ kg}) = \text{Fr. 10.50}$

c)  $\mathbb{D} = ]0, 30], \mathbb{W} = \{10.50, 13.50, 22.50\}$



111. a)  $m_c(x) = 2, s_c(x) = -\frac{1}{4}x + 2$

b)  $m_c(x) = -x + 6, s_c(x) = -\frac{1}{3}x + 4$

c)  $m_c(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{2}, s_c(x) = 6$

d)  $m_c(x) = 3x - 13, s_c(x) = 2x - 8$

113. a)  $S\left(\frac{8}{3}, 2\right)$

b)  $S\left(6, \frac{10}{3}\right)$

c)  $S(-3, 1)$

d)  $S(-1, -2)$

115. a)  $U(3, 5)$

b)  $U(-4, 3)$

c)  $U(-15, -8)$

d)  $U(8, -2)$

117. a)  $H(0, 0)$

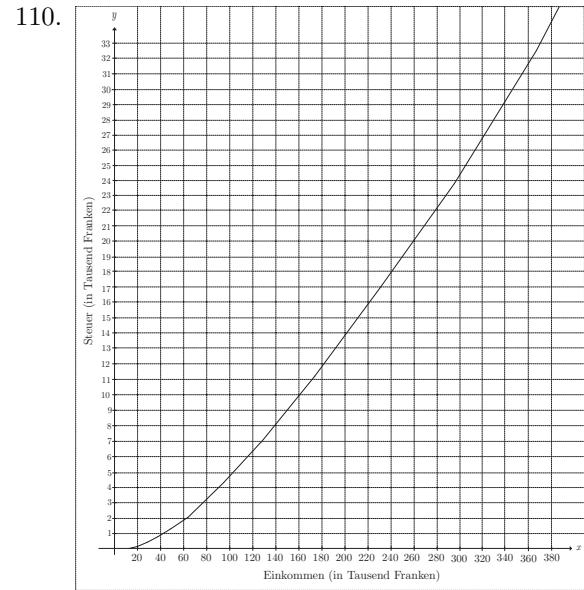
b)  $H(-20, 4)$

c)  $H(-12, 5)$

d)  $H(-18, 33)$

119. 40

121.  $25\pi$



112. a)  $m_c(x) = 5, s_c(x) = -\frac{5}{6}x + 5$

b)  $m_c(x) = x - 5, s_c(x) = \frac{1}{3}x + 1$

c)  $m_c(x) = \frac{1}{3}x + 4, s_c(x) = -\frac{2}{11}x + 4$

d)  $m_c(x) = 7x - 45, s_c(x) = 17x - 110$

114. a)  $S\left(2, \frac{14}{3}\right)$

b)  $S\left(2, \frac{8}{3}\right)$

c)  $S(3, 5)$

d)  $S(-1, 1)$

116. a)  $U(8, 6)$

b)  $U(5, 3)$

c)  $U(-7, 1)$

d)  $U(10, -20)$

118. a)  $H(164, -68)$

b)  $H(-36, -14)$

c)  $H(35, 6)$

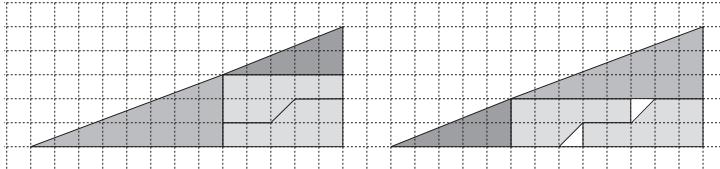
d)  $H(14, -5)$

120. 32

122.  $169\pi$

123. Die Steigung des dunkelgrauen Dreiecks ist  $\frac{2}{5}$ , die vom mittelgrauen hingegen  $\frac{3}{8}$ , d. h. es handelt sich gar nicht um ein Dreieck, sondern je nach dem um ein nach innen oder aussen gewölbtes Viereck.

124.



125. Koordinaten der Punkte v.l.n.r.:

$$(1, 0), \left(\frac{9}{5}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{12}{5}, \frac{7}{5}\right), \left(\frac{14}{5}, \frac{9}{5}\right), (3, 2)$$

Sie liegen alle auf  $y = x - 1$

126.  $P\left(\frac{40}{11}, \frac{36}{11}\right), Q\left(\frac{71}{11}, \frac{95}{22}\right)$

Gerade durch  $PQ$ :  $y = \frac{23}{62}x + \frac{656}{341}$

Der Geheimcode ist also 9237

$P$  und  $Q$  müssen existieren und unterschiedliche  $x$ -Koordinaten besitzen.

127. a)         c)       
b)         d)

- wahr    falsch    wahr    falsch

- wahr    falsch    wahr    falsch

128.

- a)         c)       
b)         d)

## 4 Lineare Gleichungssysteme

## 4.1 Einführung

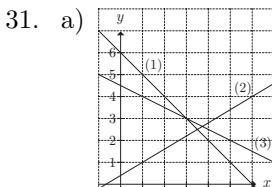
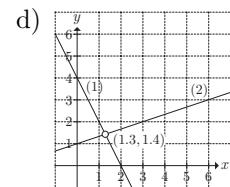
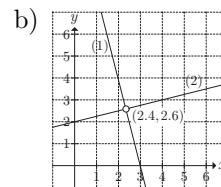
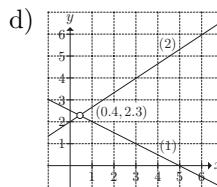
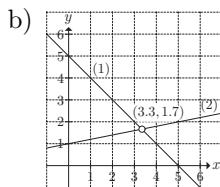
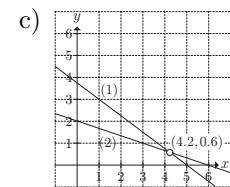
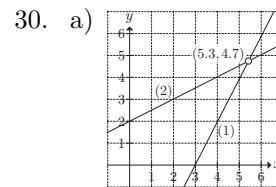
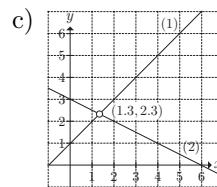
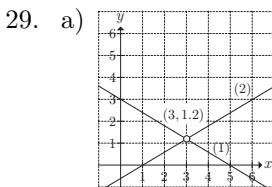
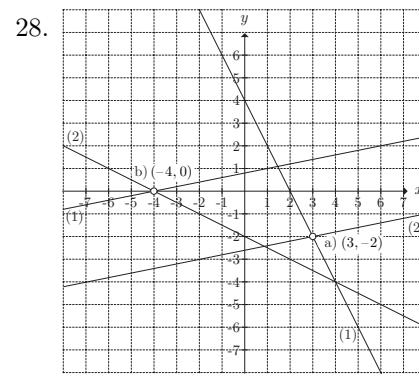
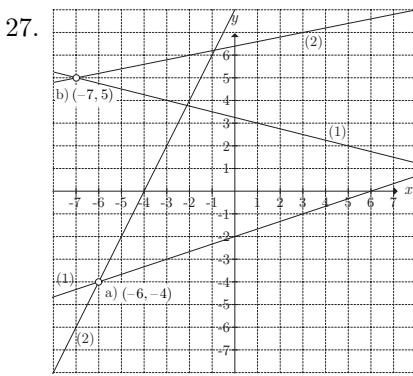
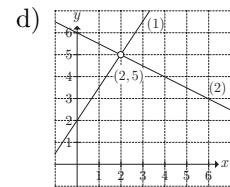
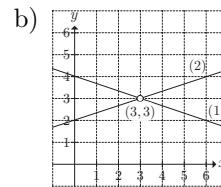
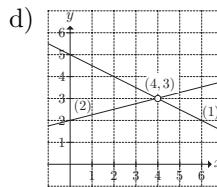
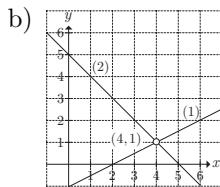
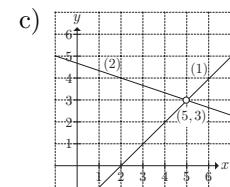
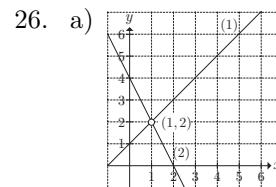
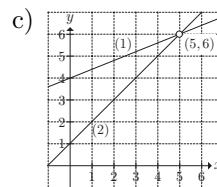
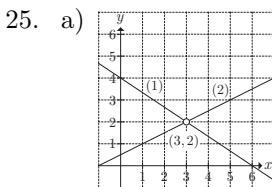


## 4.2 Graphische Methode

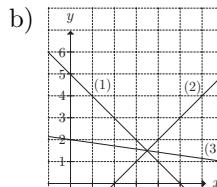
23. a) 
$$\begin{array}{l|l} y = 4 & (1) \\ y = x & (2) \end{array}$$
 b) 
$$\begin{array}{l|l} 6 = x + y & (1) \\ y = 2x - 6 & (2) \end{array}$$
  
 Lösung: (4, 4)      Lösung: (4, 2)

24. a) 
$$\begin{array}{l|l} y = x - 1 & (1) \\ y = 2 & (2) \end{array}$$
 b) 
$$\begin{array}{l|l} 4 = x + y & (1) \\ 2y = x + 2 & (2) \end{array}$$

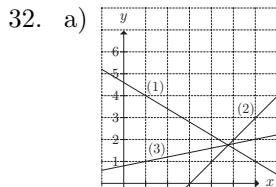
Für alle folgenden Aufgaben gilt: Die obere Gleichung der Aufgabenstellung wird mit (1), die untere mit (2) bezeichnet.



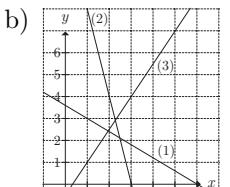
keine gemeinsame Lösung



gem. Lösung  
(3.5, 1.5)



gem. Lösung  
(4.75, 1.75)



keine gemeinsame Lösung

33. a) keine  
b) unendlich viele

- c) eine  
d) unendlich viele

34. a) unendlich viele  
b) keine

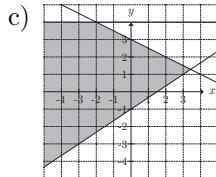
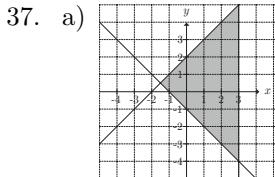
- c) eine  
d) keine

35. a)  $y = x$

b)  $y > x$

c)  $x < y < x + 4$

d) 
$$\begin{array}{l} x - 2 < y < x \\ 1 < x < 3 \end{array}$$

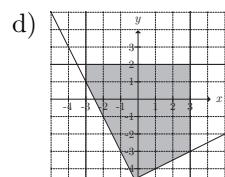
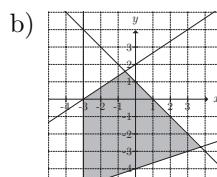
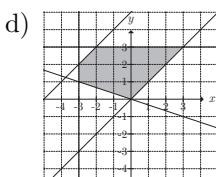
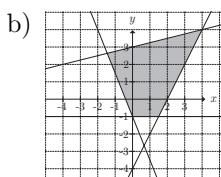
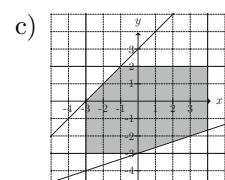
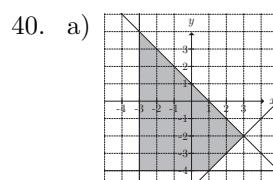
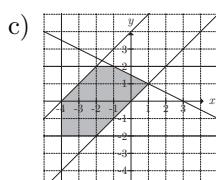
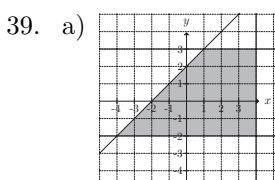
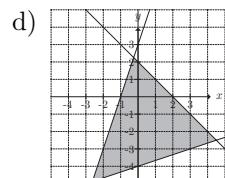
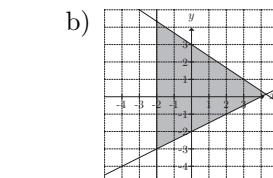
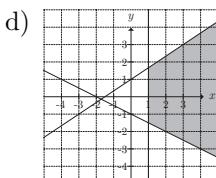
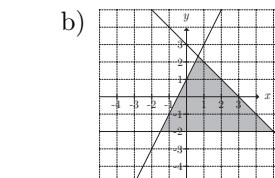
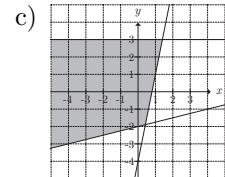


36. a)  $y = -x + 1$

b)  $y < -x + 1$

c)  $-x + 1 < y < -x + 4$

d) 
$$\begin{array}{l} -x + 4 < y < -x + 6 \\ 1 < y < 4 \end{array}$$



41. a) 
$$\begin{array}{l} 7x + 6y < 42 \\ 8y - 7x < 56 \\ 9x + 8y > -72 \\ 3x - 2y < 18 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{l} 2x + 5y < 30 \\ y - 2x < 6 \\ y > -12 \\ x < 5 \end{array}$$

42. a) 
$$\begin{array}{l} 2y + x < 10 \\ 2y + 5x > 10 \\ y - 4x < -8 \\ 5y - 4x > -40 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{l} |y| < 6 \\ y + 2x < 6 \\ y - 2x > -6 \\ x > -8 \end{array}$$

### 4.3 Einsetzungsverfahren

43. a)  $(7, 9)$

c)  $(-2, 2)$

44. a)  $(4, 11)$

c)  $(3, -5)$

b)  $(13, 25)$

d)  $(-2, 3)$

b)  $(-3, 1)$

d)  $(2, 2)$

45. a)  $(4, -2)$

c)  $(9, 3)$

46. a)  $(-7, 4)$

c)  $(2, 0)$

b)  $(12, -8)$

d)  $(-12, 10)$

b)  $(-5, 4)$

d)  $(1, 1)$

47. ①- C, ②- E, ③- F, ④- B, ⑤- D, ⑥- A

48. ①- E, ②- D, ③- A, ④- F, ⑤- B, ⑥- C

49. a)  $(-2, 8)$

c)  $(9, 20)$

50. a)  $(-6, -2)$

c)  $(-4, 6)$

b)  $(7, 10)$

d)  $(-3, -4)$

b)  $(6, 3)$

d)  $(1, -2)$

51. a)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$   
      b)  $\{(x, y) \mid 4x + y = 3\}$   
      c)  $(\frac{3}{5}, \frac{1}{3})$   
      d)  $\{\}$
53. a)  $(8, -4)$   
      b)  $(5, 7)$   
      c)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$   
      d)  $(-3, 12)$
57.  $\boxed{\quad} = -7, \boxed{\quad} = 13$
52. a)  $(1.6, 2.8)$   
      b)  $\{\}$   
      c)  $(\frac{2}{3}, \frac{5}{6})$   
      d)  $\{(x, y) \mid 4x - 3y = 6\}$
54. a)  $(4, 6)$   
      b)  $(-7, \frac{1}{3})$   
      c)  $\{\}$   
      d)  $(6, 13)$
55. a)  $(13, 2)$   
      b)  $(3, -18)$   
      c)  $(4, 2)$   
      d)  $(-2, -0)$
56. a)  $(4, -7)$   
      b)  $(-6, -8)$   
      c)  $(4, 3)$   
      d)  $(-43, -50)$
58.  $\boxed{\quad} = 6, \boxed{\quad} = -7$

## 4.4 Additionsverfahren

59.  $\mathcal{A}\text{-}\mathcal{I}\text{-}\mathcal{D}\text{-}\mathcal{F}\text{-}\mathcal{B}\text{-}\mathcal{L}\text{-}\mathcal{G}\text{-}\mathcal{C}\text{-}\mathcal{H}\text{-}\mathcal{J}\text{-}\mathcal{E}\text{-}\mathcal{K}$
61. a)  $(8, 1)$   
      b)  $(2, 3)$
63. a)  $(5, -2)$   
      b)  $(-3, 7)$
65. a)  $(7, -4)$   
      b)  $(-4, -6)$
67. a)  $(-3, 4)$   
      b)  $\{\}$   
      c)  $(-5, 0)$   
      d)  $\{(x, y) \mid 2x - 3y = 4\}$
69. a)  $(7, 12)$   
      b)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$
71. a)  $(1.2, 1.5)$   
      b)  $(-2, 9)$   
      c)  $(-\frac{11}{15}, \frac{4}{3})$
73. a)  $(2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$   
      b)  $(-5, 3)$   
      c)  $(2, 0)$   
      d)  $(3\sqrt{2} - \sqrt{6}, 2 - \sqrt{3})$   
      e)  $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{3}, -2\sqrt{15} - 6)$
60.  $\mathcal{A}\text{-}\mathcal{D}\text{-}\mathcal{H}\text{-}\mathcal{B}\text{-}\mathcal{K}\text{-}\mathcal{F}\text{-}\mathcal{J}\text{-}\mathcal{E}\text{-}\mathcal{I}\text{-}\mathcal{L}\text{-}\mathcal{C}\text{-}\mathcal{G}$
62. a)  $(2, -3)$   
      b)  $(-4, -6)$
64. a)  $(7, 12)$   
      b)  $(-8, -3)$
66. a)  $(6, 3)$   
      b)  $(-1, -8)$
68. a)  $\{(x, y) \mid 5x - 6y = 3\}$   
      b)  $(-4, 13)$   
      c)  $(6, -6)$   
      d)  $\{\}$
70. a)  $(-5, 14)$   
      b)  $(\frac{1}{4}, -\frac{2}{7})$
72. a)  $(4.2, -1.7)$   
      b)  $(7, 11)$   
      c)  $(\frac{6}{5}, -\frac{1}{4})$
74. a)  $(3\sqrt{6}, -8\sqrt{6})$   
      b)  $(0, 2)$   
      c)  $(10, 3)$   
      d)  $(2\sqrt{6} - \sqrt{3}, 6 - 2\sqrt{2})$   
      e)  $(-2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}, 10\sqrt{6} + 18)$

## 4.5 Vermischte Aufgaben

75. a)  $(4, -3)$       c)  $(-4, \frac{1}{5})$       76. a)  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$       c)  $(\frac{2}{9}, -\frac{1}{11})$   
 b)  $(\frac{3}{7}, \frac{4}{5})$       d)  $(-\frac{2}{3}, \frac{4}{9})$       b)  $(6, 7)$       d)  $(0, 3)$
77. a)  $(3, -5)$       c)  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{6})$       78. a)  $(9, 4)$       c)  $(-\frac{2}{5}, \frac{1}{5})$   
 b)  $(7, \frac{1}{2})$       d)  $\{\}$       b)  $(\frac{1}{4}, 6)$       d)  $\{\}$
79. a)  $(3, 10)$       80. a)  $(7, 4)$   
 b)  $(10, 2)$       b)  $(-5, -\frac{37}{6})$   
 c)  $(0, 17)$       c)  $(-1, 2)$   
 d)  $(1, \frac{7}{2})$       d)  $(-\frac{1}{7}, \frac{1}{7})$   
 e)  $\{(x, y) \mid 28x + 9y = 5\}$       e)  $\{(x, y) \mid 2x - 3y = 336\}$   
 f)  $(5, 9)$       f)  $\{\}$   
 g)  $\{\}$       g)  $(-3, -7)$
81. a)  $(6, 5)$       82. a)  $(-4, 6)$   
 b)  $\{(x, y) \mid x + y = -3\}$       b)  $\{\}$
83. a) überbestimmt      c) überbestimmt      84. a) 1 Lösung      c) überbestimmt  
 b) unterbestimmt      d) 1 Lösung      b) unterbestimmt      d) unterbestimmt
85. a)  $\{\}$       b)  $(-6, -2)$       86. a)  $(-2, 6)$       b)  $\{\}$
87. a)  $(3, 9)$       b)  $(8, 3)$       88. a)  $(-5, 7)$       b)  $(7, -2)$
89. a) ...  $10x + 15y - 10x - 8y = 5 \cdot 6 - 2 \cdot 1 \rightarrow 7y = 28 \rightarrow y = 4 \rightarrow (-3, 4)$   
 b) ...  $\stackrel{2}{\rightarrow} 8x - 3(3x - 4) = 6 \rightarrow 8x - 9x + 12 = 6 \rightarrow -x = -6 \rightarrow (6, 7)$
90. a) ...  $\stackrel{9}{\rightarrow} 45x - 8(7 + 4x) = 9 \rightarrow 45x - 56 - 32x = 9 \rightarrow 13x = 65 \rightarrow (5, 3)$   
 b) Zuerst vereinfachen:  $\left| \begin{array}{l} 9x - 2y = 9 \\ 3y - 8x = 3 \end{array} \right| \xrightarrow{3 \cdot (1) + 2 \cdot (2)} 27x - 6y + 6y - 16x = 27 + 6 \rightarrow (3, 9)$
91. a) z.B.      d) z.B.      92. a) z.B.      d) z.B.  
 $\left| \begin{array}{l} x + y = -4 \\ 5x + y = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 2x + 2y = 20 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x + y = 4 \\ 2x + y = 2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{array} \right|$
- b) z.B.      e) z.B.      b) z.B.      e) z.B.  
 $\left| \begin{array}{l} x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 4x - 3y = -15 \\ 8x - 6y = -30 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 3x + 4y = 28 \\ 6x + 8y = 56 \end{array} \right|$
- c) z.B.      f) z.B.      c) z.B.      f) z.B.  
 $\left| \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 3x + 2y = 23 \\ 6x + 4y = 46 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x - y = 0 \\ x - y = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x + 3y = 14 \\ 2x + 6y = 28 \end{array} \right|$
93. a)  $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$       b)  $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$       94. a)  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{9})$       b)  $(-\frac{1}{7}, \frac{1}{6})$   
 95. a)  $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{5})$       c)  $(\pm 2\sqrt{3}, \pm \sqrt{5})$       96. a)  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{6})$       c)  $(\pm 2\sqrt{2}, \pm \sqrt{3})$   
 b)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{8})$       d)  $(24, 146)$       b)  $(1, 2)$       d)  $(100, 50)$
97. ①-A, ②-D, ③-F, ④-E, ⑤-C, ⑥-B      98. ①-B, ②-D, ③-F, ④-E, ⑤-A, ⑥-C

## 4.6 Systeme mit Parametern

99. a)  $a = -1$ :  $(1.5, 0.5)$ ,  $a = 0.5$ :  $(3, 3.5)$   
 b)  $\left(\frac{a-2}{a-1}, \frac{a^2-2}{a-1}\right)$   
 c) Division durch null. Eine der Geraden hat immer Steigung 1, die andere  $a$ . Wenn  $a = 1$ , sind die beiden Geraden parallel, jedoch ist der  $y$ -Achsenabschnitt dann unterschiedlich.
100. a)  $a = -1$ :  $(-2, 2)$ ,  $a = 0.5$ :  $(0.4, 0.2)$   
 b)  $\left(\frac{2a}{a+2}, \frac{2a^2}{a+2}\right)$   
 c) Division durch null. Eine der Geraden hat immer Steigung  $-2$ , die andere  $a$ . Wenn  $a = -2$ , sind die beiden Geraden parallel, jedoch ist der  $y$ -Achsenabschnitt dann unterschiedlich.
101. a)  $(1, -a + 1)$       c)  $\left(\frac{c+1}{c}, -\frac{1}{c}\right)$   
 b)  $(-2b, 2 - b)$       d)  $\left(\frac{b}{a}, \frac{b^2-ab}{a}\right)$
102. a)  $(-1, a + b)$       c)  $(1, 1 - c)$   
 b)  $\left(\frac{b-1}{b+1}, \frac{2}{b+1}\right)$       d)  $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$
103. a)  $\left(\frac{a-b}{a+b}, \frac{2}{a+b}\right)$       c)  $\left(-\frac{a^2}{b}, -\frac{a^2}{b}\right)$   
 b)  $(q, 2q - p)$       d)  $\left(\frac{cd(d-c)}{c+d}, \frac{cd(c-d)}{c+d}\right)$
104. a)  $\left(\frac{s-3}{s-2}, \frac{s}{2-s}\right)$       c)  $\left(\frac{a}{b}, \frac{a^2+a-b^2}{b}\right)$   
 b)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{e-c}{2(d+f)}\right)$       d)  $\left(\frac{p^2+q^2}{p-q}, \frac{p^2+q^2}{p-q}\right)$
105. a)  $a = -1$ :  $\{\}$   
 $a = 1$ :  $\{(x, y) \mid x + y = 1\}$   
 sonst:  $\left(\frac{1}{1+a}, \frac{1}{1+a}\right)$
- b)  $b = -1$ :  $\{(x, y) \mid x - y = 1\}$   
 $b = 0$ :  $\{\}$   
 sonst:  $\left(\frac{1-b}{b}, \frac{b-b^2-1}{b^2}\right)$
- c)  $a \in \{0, -2\}$ :  $\{\}$   
 $a = 2$ :  $\{(x, y) \mid x - 2y = -2\}$   
 sonst:  $\left(-\frac{2a}{a+2}, \frac{a}{a+2}\right)$
- d)  $a = -1$ :  $\{(x, y) \mid bx - x - y = 0\}$   
 $a \neq -1 \wedge b = 0$ :  $\{\}$   
 sonst:  $\left(\frac{a+1}{b}, -\frac{a+1}{b}\right)$
106. a)  $a = 0$ :  $\{\}$   
 $a = 1$ :  $\{(x, y) \mid x + y = 1\}$   
 sonst:  $(a + 1, -\frac{1}{a})$
- b)  $c = 3$ :  $\{(x, y) \mid x - y = 3\}$   
 sonst:  $(c + 4, 4)$
- c)  $a \in \{0, -1\}$ :  $\{\}$   
 $a = 1$ :  $\{(x, y) \mid x - y = -3\}$   
 sonst:  $\left(-\frac{3}{a+1}, \frac{3}{a+1}\right)$
- d)  $a = 0 \wedge b \notin \{-4, 2\}$ :  $\{\}$   
 $a = 0 \wedge b = -4$ :  $\{(x, y) \mid y = 4\}$   
 $b = 2$ :  $\{(x, y) \mid 2ax + y = -2\}$   
 sonst:  $\left(\frac{b+4}{a(b-2)}, \frac{2(b-8)}{b-2}\right)$

## 4.7 Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen

107. a) z.B.  

$$\begin{array}{l} | 24x - 11z = 7 \\ | 10x + z = 13 \end{array}$$
- b) z.B.  

$$\begin{array}{l} | -13y + 5z = 97 \\ | -y - 16z = 4 \end{array}$$
108. a) z.B.  

$$\begin{array}{l} | -7x + 8y = 0 \\ | 10x + 5y = 26 \end{array}$$
- b) z.B.  

$$\begin{array}{l} | 6x + 4z = 7 \\ | x + 6z = 9 \end{array}$$
109. a)  $(-3, 9, 2)$       c)  $(8, 6, -3)$   
 b)  $(5, -4, -2)$       d)  $(-3, 2, 6)$
110. a)  $(-2, 1, 5)$       c)  $(-7, 8, 4)$   
 b)  $(4, -6, 7)$       d)  $(-1, 0, 7)$
111. a) Z.B. Wert von  $z$  aus (3) in den oberen beiden Gleichungen einsetzen.  
 b) Z.B. System bestehend aus (2) und (3) lösen, dann Werte von  $y$  und  $z$  in (1) einsetzen.  
 c) Z.B. (1)-(2) ergibt neue Gleichung (2') ohne  $z$ . (2') und (3) bilden nun ein  $2 \times 2$ -System.  
 d) Z.B. (1)-(2) sowie (2)-(3) ergibt neues  $2 \times 2$ -System ohne  $y$ .
112. a) Z.B. Wert von  $x$  aus (1) in den unteren beiden Gleichungen einsetzen.  
 b) Z.B. System bestehend aus (2) und (3) lösen, dann Werte von  $x$  und  $y$  in (1) einsetzen.  
 c) Z.B. (1)-(2) ergibt neue Gleichung (2') ohne  $y$ . (2') und (3) bilden nun ein  $2 \times 2$ -System.  
 d) Z.B. (1)-(2) sowie (2)-(3) ergibt neues  $2 \times 2$ -System ohne  $z$ .

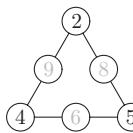
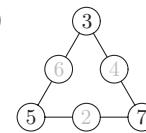
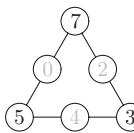
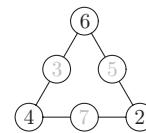
113. a)  $(3, 2, 4)$       c)  $(10, 7, -5)$       114. a)  $(15, -4, 3)$       c)  $(-5, 3, 4)$   
     b)  $(-1, 5, 2)$       d)  $(4, -2, 6)$       b)  $(7, 2, -2)$       d)  $(-5, -9, 7)$
115. a) Gleichung (2) mit 2 und Gleichung (3) mit  $(-3)$  multiplizieren  
     b) Gleichungen  $(1')$  und  $(2')$  sowie Gleichungen  $(1')$  und  $(3')$  addieren  
     c) Gleichung  $(2'')$  mit 5 und Gleichung  $(3'')$  mit 2 multiplizieren  
     d) Gleichungen  $(2''')$  und  $(3''')$  addieren       $\Rightarrow \mathbb{L} = \{(1, 3, -2)\}$
116. a) Gleichung (2) mit  $(-4)$  und Gleichung (3) mit 2 multiplizieren  
     b) Gleichungen  $(1')$  und  $(2')$  sowie Gleichungen  $(1')$  und  $(3')$  addieren  
     c) Gleichung  $(3'')$  mit 2 multiplizieren  
     d) Gleichungen  $(2''')$  und  $(3''')$  addieren       $\Rightarrow \mathbb{L} = \{(5, -2, 4)\}$
117. a)  $(1, 2, 3)$       d)  $(-6, 9, 1)$       118. a)  $(-3, 4, 6)$       d)  $(5, -8, -2)$   
     b)  $(-4, 6, 7)$       e)  $(12, -3, 5)$       b)  $(7, 10, -1)$       e)  $(-9, -2, 8)$   
     c)  $(2, -11, -8)$       f)  $(-5, 6, 12)$       c)  $(-6, 5, 10)$       f)  $(-2, -3, -4)$
119. a)  $(5, 4, -2)$       c)  $(-9, 6, 15)$       120. a)  $(-\frac{3}{2}, 7, \frac{1}{4})$       c)  $(-3, \frac{5}{6}, \frac{7}{3})$   
     b)  $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, 5)$       d)  $(\frac{4}{5}, \frac{2}{9}, -\frac{1}{3})$       b)  $(\frac{1}{5}, 3, -\frac{6}{5})$       d)  $(2, 12, -16)$
121. a)  $(4, 3, 5, 2)$       b)  $(3, -1, 2, 4)$       122. a)  $(5, 4, -3, 2)$       b)  $(2, -5, 0, -6)$
123.  $(1, 2, 0, -3, -1, -2)$       124.  $(3, -1, 2, 0, 4, -2)$   
 125.  $(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{15}{2}, \frac{5}{2})$       126.  $(\frac{15}{7}, -\frac{4}{7}, \frac{9}{7}, \frac{6}{7}, \frac{11}{7}, \frac{12}{7})$
127. a)  $\boxed{\quad} \neq 10$  und  $\boxed{\quad} \neq -18$       128. a)  $\boxed{\quad} = 24$  und  $\boxed{\quad} \neq 15$   
     b)  $\boxed{\quad} = 10$  oder  $\boxed{\quad} = -18$       b)  $\boxed{\quad} = 24$  und  $\boxed{\quad} = 15$   
     c) unmöglich      c)  $\boxed{\quad} \neq 24$

## 4.8 Determinanten

129. a) 9      c) 24      130. a) 1      c)  $-144$   
     b)  $-46$       d) 66      b) 0      d) 78
131. a)  $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$ ,  $\det = 39$ , ja  
     b)  $\begin{vmatrix} -5 & 8 \\ -4 & 7 \end{vmatrix}$ ,  $\det = -3$ , ja  
     c)  $\begin{vmatrix} 8 & -6 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$ ,  $\det = 0$ , nein  
     d)  $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -5 \end{vmatrix}$ ,  $\det = 2$ , ja
132. a)  $\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}$ ,  $\det = -82$ , ja  
     b)  $\begin{vmatrix} -8 & 4 \\ -6 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $\det = 0$ , nein  
     c)  $\begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -3 & -7 \end{vmatrix}$ ,  $\det = -48$ , ja  
     d)  $\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 8 \end{vmatrix}$ ,  $\det = 0$ , nein
133. a)  $\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}, (-2, 7)$   
     b)  $\begin{vmatrix} 11 & 5 \\ 9 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 9 & 0 \end{vmatrix}, (-4, 9)$   
     c)  $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, (3, -1)$   
     d)  $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 8 & -9 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ -8 & -9 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 8 & -8 \end{vmatrix}, (\frac{1}{2}, \frac{4}{3})$
134. a)  $\begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}, (10, -6)$   
     b)  $\begin{vmatrix} 15 & -4 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}, (\frac{2}{5}, \frac{1}{4})$   
     c)  $\begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}, (5, 6)$   
     d)  $\begin{vmatrix} -2 & 9 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}, (12, 3)$

- |                         |                      |                          |                      |
|-------------------------|----------------------|--------------------------|----------------------|
| 135. a) 26              | c) 0                 | 136. a) 5                | c) -48               |
| b) 21                   | d) 87                | b) 0                     | d) 45                |
| 137. a) $\det = 1$ , ja | c) $\det = 0$ , nein | 138. a) $\det = -3$ , ja | c) $\det = -54$ , ja |
| b) $\det = 2$ , ja      | d) $\det = 0$ , nein | b) $\det = 0$ , nein     | d) $\det = 130$ , ja |

## 4.9 Textaufgaben

- |  |  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
|--|--|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|----|---|---|---|----|----|---|---|
| 139. 12, 18  | 140. 17, 41  | 141. 11, 23   | 142. 42, 67  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 143. 14, 62  | 144. 11, 71  | 145. -8, 9  | 146. 18, 19  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 147. 12, 56  | 148. 24, 52  | 149. 36   | 150. 47  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 151. a) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>8</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>2</td></tr></table> | 8  | 3   | 4  | 1 | 5 | 9 | 6 | 7 | 2 | b) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>6</td><td>5</td><td>10</td></tr><tr><td>11</td><td>7</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>9</td><td>8</td></tr></table> | 6 | 5 | 10 | 11 | 7 | 3 | 4 | 9 | 8 | 152. a) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>6</td><td>1</td><td>8</td></tr><tr><td>7</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>9</td><td>4</td></tr></table> | 6 | 1 | 8 | 7 | 5 | 3 | 2 | 9 | 4 | b) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>9</td><td>10</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr><tr><td>11</td><td>6</td><td>7</td></tr></table> | 9 | 10 | 5 | 4 | 8 | 12 | 11 | 6 | 7 |
| 8  | 3  | 4   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 1  | 5  | 9   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 6  | 7  | 2   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 6  | 5  | 10  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 11   | 7  | 3   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 4  | 9  | 8   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 6  | 1  | 8   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 7  | 5  | 3   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 2  | 9  | 4   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 9  | 10   | 5   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 4  | 8  | 12  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 11   | 6  | 7   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 153. 26 J., 12 J.  | 154. 31 J., 55 J.  | 155. 18 J., 27 J.   | 156. 33 J., 18 J.  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 157. 15 J., 5 J.   | 158. 48 J., 16 J.  | 159. 12 cm, 6 cm  | 160. 18 cm, $77\text{ cm}^2$   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 161. 16 cm, 9 cm   | 162. 26 cm, 12 cm  | 163. 20 cm, 6 cm  | 164. 18 cm, 7 cm   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 165. $19^\circ, 104^\circ, 76^\circ, 161^\circ$  | 166. $81^\circ, 100^\circ, 54^\circ, 125^\circ$  | 167. $40^\circ, 30^\circ$   | 168. $18^\circ, 54^\circ$  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 169. 8 dm, 12 dm, 24 dm $\times$ 48 dm   |  | 170. 7.2 dm, 14.4 dm, 28.8 dm $\times$ 43.2 dm  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 171. 200 000.-, 150 000.-  |  | 172. 350 000.-, 280 000.-   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 173. H.: 900 000.-, G.: 200 000.-  |  | 174. K.: Fr. 240 000.-, G.: Fr. 140 000.-   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 175. p: 2.5 %, K.: 123 000.-, M.: 117 000.-  |  | 176. S.: 2 %, U.: 1.5 %   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 177. W.: 40 %, R.: 70 %  |  | 178. E.: 36 %, H.: 63 %   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 179. A: +5 %, B: -7 %  |  | 180. A: 20 Liter, B: 50 Liter   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 181. 1. Teil: 24 km, 2. Teil: 18 km  |  | 182. 1. Teil: 16 km, Total: 93 km   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 183. 10 km   |  | 184. J.: 840 m, S.: 210 m   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 185. P.: 1.7 m/s, O.: 0.3 m/s  |  | 186. H.: 3 m/s, W.: 7 m/s   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 187. a)   | b)  | 188. a)  | b)  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 189. 468   |  | 190. 459  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 191. 14 cm, 12 cm, 8 cm  |  | 192. 15 cm, 11 cm, 6 cm   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 193. von A im Gegenuhrzeigersinn in cm:<br>5, 7, 7, 1, 1, 5  |  | 194. von A im Gegenuhrzeigersinn in cm:<br>11, 7, 7, 6, 6, 11                               |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 195. A.: - .65, B.: - .80, Z.: - .20   |  | 196. G.: 6 g, S.: 9 g, M.: 5 g  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |
| 197. $47^\circ, 123^\circ, 82^\circ, 108^\circ$  |  | 198. $68^\circ, 95^\circ, 110^\circ, 87^\circ$  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |    |   |   |   |    |    |   |   |

## 4.10 Wiederholung

199.      wahr    falsch                  wahr    falsch                  wahr    falsch                  wahr    falsch  
      a)            c)            200.    a)            c)          
      b)            d)
201.      wahr    falsch                  wahr    falsch                  wahr    falsch                  wahr    falsch  
      a)            c)            202.    a)            c)          
      b)            d)

## 5 Quadratische Gleichungen

### 5.1 Reinquadratische Gleichungen und Produktgleichungen

- |                                  |                                   |                                   |                               |
|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| 1. a) $\pm 0.4$                  | c) $\{\}$                         | 2. a) $\pm 1.7$                   | c) $\pm 4\sqrt{2}$            |
| b) $\pm \frac{5}{4}$             | d) $\pm 5\sqrt{5}$                | b) $\pm \frac{7}{4}$              | d) $\{\}$                     |
| 3. a) $\pm \frac{5}{2}$          | c) $\pm \frac{10\sqrt{3}}{3}$     | 4. a) $\pm \frac{15}{14}$         | c) $\pm \frac{4\sqrt{2}}{7}$  |
| b) $\pm \frac{11}{3}$            | d) $\pm \sqrt{5}$                 | b) $\pm \frac{9}{5}$              | d) $\pm \sqrt{7}$             |
| 5. a) $\pm 1$                    | c) $\pm 8$                        | 6. a) $\pm 5$                     | c) $\pm 3\sqrt{3}$            |
| b) $\pm \frac{\sqrt{6}}{3}$      | d) $\pm 7$                        | b) $\pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$      | d) $\pm 11$                   |
| 7. a) $\pm 4$                    | c) $\pm 4$                        | 8. a) $\{\}$                      | c) $\pm 5$                    |
| b) $\{\}$                        | d) $\pm 4\sqrt{2}$                | b) $\pm \sqrt{53}$                | d) $\pm \frac{3\sqrt{35}}{5}$ |
| 9. a) $\pm \sqrt{6}$             | b) $\pm 4$                        | 10. a) $\pm \sqrt{7}$             | b) $\pm 4\sqrt{2}$            |
| 11. a) $-5, 3$                   | c) $-4, 0$                        | 12. a) $-9, 6$                    | c) $-3.5, \frac{1}{3}$        |
| b) $-7, 2.5$                     | d) $-\frac{13}{3}, -\frac{16}{5}$ | b) $0, \frac{11}{3}$              | d) $-1.5, \frac{5}{3}$        |
| 13. a) $0, 7$                    | c) $0, 2$                         | 14. a) $-1, 0$                    | c) $0, \frac{1}{2}$           |
| b) $-8, 0$                       | d) $-\frac{3}{2}, 0$              | b) $-10, 0$                       | d) $-8, 0$                    |
| 15. a) $3, 9$                    | c) $-3, 10$                       | 16. a) $-1, 7$                    | c) $-2, 11$                   |
| b) $-5, 6$                       | d) $-2, 6$                        | b) $-3, 8$                        | d) $4, 10$                    |
| 17. a) z.B. $(x - 2)(x + 4) = 0$ |                                   | 18. a) z.B. $(x + 8)(x + 10) = 0$ |                               |
| b) z.B. $(x + 3.5)(x + 5) = 0$   |                                   | b) z.B. $(x - 0.5)(x - 2) = 0$    |                               |
| c) z.B. $(x - 6)(x + 6) = 0$     |                                   | c) z.B. $(x + 4)x = 0$            |                               |
| d) z.B. $x(x - 3) = 0$           |                                   | d) z.B. $(x - 3)(x + 3) = 0$      |                               |
| 19. a) $x^2 = 16$                | c) $x^2 = 13$                     | 20. a) $x^2 = 225$                | c) $x^2 = 169$                |
| b) $x^2 = \frac{25}{4}$          | d) $x^2 = 324$                    | b) $x^2 = 5$                      | d) $x^2 = 11$                 |
| 21. a) 2                         | c) 2                              | 22. a) 0                          | c) 2                          |
| b) 1                             | d) 1                              | b) 2                              | d) 1                          |
| 23. a) -                         |                                   | 24. a) +                          |                               |
| b) unmöglich                     |                                   | b) +                              |                               |
| c) -                             |                                   | c) +                              |                               |
| d) +                             |                                   | d) -                              |                               |

25. a)  $4x^2 = 64 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$   
 $2x = \pm 8 \quad | : 2$   
 $x = \pm 4$

b)  $x(x+5) = 0$   
 $x_1 = 0$   
 $x_2 = -5$

c)  $\frac{x^2+1}{x+3} - \frac{10}{x+3} = 0 \quad | \cdot (x+3)$   
 $x^2 - 9 = 0 \quad | + 9$   
 $x^2 = 9 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$   
 $x = \pm 3$

Probe:

$x = 3 \quad \checkmark$

$x = -3 \notin \mathbb{D}$

27. a) 4 Lösungen:  $(\pm 3, \pm 2)$

b) 4 Lösungen:  $(\pm \sqrt{5}, \pm \sqrt{3})$

c) 1 Lösung:  $(0, 0)$

d) keine Lösung:  $\{\}$

29. a) keine Lösung:  $\{\}$

b) 8 Lösungen:  $(\pm 2, \pm \sqrt{2}, \pm \sqrt{5})$

26. a)  $x^2 + 25 = 0 \quad | - 25$   
 $x^2 = -25 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$   
 $\{\}$

b)  $\frac{1}{3}x^2 - 15 = 0 \quad | \cdot 3$   
 $x^2 - 45 = 0 \quad | + 45$   
 $x^2 = 45 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$   
 $x = \pm 3\sqrt{5}$

c)  $(x+4)^2 + 9 = 0 \quad | - 9$   
 $(x+4)^2 = -9 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$   
 $\{\}$

28. a) 2 Lösungen:  $(\pm 2, 0)$

b) 2 Lösungen:  $(0, \pm \sqrt{6})$

c) keine Lösung:  $\{\}$

d) 4 Lösungen:  $(\pm \sqrt{7}, \pm \sqrt{7})$

30. a) 8 Lösungen:  $(\pm \sqrt{6}, \pm \sqrt{10}, \pm 2)$

b) keine Lösung:  $\{\}$

## 5.2 Quadratisches Ergänzen

31. a)  $-1$

c)  $-1, 3$

b)  $\pm 1.5$

d)  $2 \pm \sqrt{6}$

33. a)  $1, 11$

c)  $-2 \pm \sqrt{15}$

b)  $-14, 8$

d)  $1 \pm 3\sqrt{2}$

35. a)  $4$

b)  $6.25$

c)  $c^2$

37. a)  $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

b)  $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

c)  $x^2 + x + \frac{1}{4} = (x + \frac{1}{2})^2$

d)  $x^2 + 4dx + 4d^2 = (x + 2d)^2$

39. a)  $-7, 11$

c)  $1 \pm 4\sqrt{3}$

b)  $-19, 9$

d)  $-6 \pm 9\sqrt{3}$

41. a)  $-13, 1$

c)  $-11, 5$

b)  $-6, 14$

d)  $-21, -3$

32. a)  $-5, -1$

c)  $\frac{1}{3}$

b)  $-11, 1$

d)  $\{\}$

34. a)  $-11, 3$

c)  $5 \pm \sqrt{21}$

b)  $1, 17$

d)  $-10 \pm 4\sqrt{2}$

36. a)  $81$

b)  $2.25$

c)  $\frac{a^2}{4}$

38. a)  $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2$

b)  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = (x + \frac{1}{4})^2$

c)  $x^2 - x + \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})^2$

d)  $x^2 - 6mx + 9m^2 = (x + 3m)^2$

40. a)  $-17, 9$

c)  $-3 \pm 6\sqrt{2}$

b)  $-14, 36$

d)  $7 \pm 5\sqrt{5}$

42. a)  $-13, 9$

c)  $-22, 4$

b)  $4, 6$

d)  $-16, 0$

43. a)  $2x^2 + 20x + 50 = 2(x+5)^2$   
      b)  $3x^2 + 24x + 48 = 3(x+4)^2$   
      c)  $-\frac{2}{x}^2 - 6x - 18 = -\frac{1}{2}(x+6)^2$   
      d)  $0.1x^2 - 0.2x + 0.1 = 0.1(x-1)^2$
44. a)  $4x^2 - 24x + 36 = 4(x-3)^2$   
      b)  $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 = \frac{1}{4}(x+4)^2$   
      c)  $-3x^2 + 12x - 12 = -3(x-2)^2$   
      d)  $1.5x^2 + 15x + 37.5 = 1.5(x+5)^2$
45. a)  $-3 \pm 3\sqrt{2}$   
      b)  $-6, 8$
46. a)  $0, 2$   
      b)  $-6 \pm 15\sqrt{3}$
47. a)  $-12, 32$   
      b)  $-5 \pm 10\sqrt{2}$
48. a)  $-1 \pm \sqrt{17}$   
      b)  $\frac{17}{3}, -\frac{13}{3}$
49.  $\mathcal{E}, \mathcal{B}, \mathcal{D}, \mathcal{A}, \mathcal{C}$
50.  $\mathcal{B}, \mathcal{D}, \mathcal{A}, \mathcal{E}, \mathcal{C}$
51.  $\mathcal{C}, \mathcal{B}, \mathcal{A}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{D}$
52.  $\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{B}, \mathcal{F}$
53. a)  $x^2 + 14x = 51$   
 $x^2 + 14x + 49 = 100$   
 $(x+7)^2 = 100$   
 $x_1 = -17, x_2 = 3$
- b)  $4x^2 + 24x = -20$   
 $x^2 + 6x = -5$   
 $x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$   
 $(x+3)^2 = 4$   
 $x+3 = \pm 2$   
 $x_1 = -5, x_2 = -1$
- c)  $-x^2 + 8x = -16$   
 $x^2 - 8x = 16$   
 $x^2 - 8x + 16 = 16 + 16$   
 $(x-4)^2 = 32$   
 $x-4 = \pm 4\sqrt{2}$   
 $x = 4 \pm 4\sqrt{2}$
54. a)  $x^2 - 10x = 39$   
 $x^2 - 10x + 25 = 64$   
 $(x-5)^2 = \pm 8$   
 $x_1 = -3, x_2 = 13$
- b)  $2x^2 + 44x = -192$   
 $x^2 + 22x = -96$   
 $x^2 + 22x + 121 = 25$   
 $(x+11)^2 = 25$   
 $x+11 = \pm 5$   
 $x_1 = -16, x_2 = -6$
- c)  $x^2 - 5x = 9.75$   
 $x^2 - 5x + 6.25 = 9.75 + 6.25$   
 $(x-2.5)^2 = 16$   
 $x-2.5 = \pm 4$   
 $x_1 = -1.5, x_2 = 6.5$
55.  $x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$
56.  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### 5.3 Lösungsformel und Lösbarkeit

57. a)  $a = 4, b = -1, c = -3$   
      c)  $a = 2, b = -9, c = -35$   
      d)  $a = -\frac{3}{4}, 1, -2.5, 7$
- b)  $a = 4, b = -7, c = -15$   
      d)  $a = 2, b = -7, c = 6.125$   
      e)  $a = 1.75$
59. a)  $-\frac{1}{4}, 2$   
      b)  $-3, 2.5$
60. a)  $-3, 6$   
      b)  $-\frac{11}{4}, 2$
61. a)  $-1.5, 1$   
      b)  $-2, \frac{1}{3}$
62. a)  $-2.5, 5$   
      b)  $-4, \frac{1}{2}$
- c)  $-20, b = -17, c = -3$   
      d)  $-\frac{3}{5}, -\frac{1}{4}$
- b)  $a = -3, b = -4, c = 7$   
      d)  $a = 9, b = -\frac{7}{3}, 1$   
      e)  $-10, c = -16$   
      f)  $-\frac{8}{9}, 2$
- c)  $-2, -\frac{1}{5}$   
      d)  $-1, \frac{1}{2}$
- c)  $-\frac{3}{2}, 5$   
      d)  $-7, -\frac{9}{7}$

63. a)  $-\frac{1}{10}, 3$   
b)  $-\frac{6}{5}, -1$

c)  $-\frac{5}{2}, 2$   
d)  $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$

65. a)  $\frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$   
b)  $-1, -\frac{2}{3}$

c)  $\frac{-27 \pm 3\sqrt{89}}{4}$   
d)  $\frac{-11 \pm \sqrt{73}}{12}$

67. a)  $\frac{1 \pm \sqrt{129}}{8}$   
b)  $\frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

c)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$   
d)  $-1 \pm \sqrt{6}$

69. a)  $-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$   
b)  $-3\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$

71. a)  $-2 - \sqrt{2}, \frac{2+\sqrt{2}}{2}$   
b)  $\sqrt{3}, 4$   
c)  $-1, -\sqrt{3}$

73. a) 1  
b) 0

c) 2  
d) 2

75. ①-D, ③-A, ④-E, ⑤-B, ⑥-C, übrig: ②, F  
passend zu ② z. B.  $6x^2 + 17x + 4 = 0$   
passend zu F z. B.  $4x^2 - 6x + 2 = 0$

77. a)  $-; -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$   
b)  $++; -7, 2.5$   
c) unmöglich  
d)  $++; -\sqrt{3}, \frac{1}{3}$

79. a)  $] -\infty, -2\sqrt{2} [ \cup ] 2\sqrt{2}, \infty [$   
b)  $\frac{4}{3}, 0$   
c)  $] -\infty, \frac{9}{4} [$   
d)  $] -\infty, 0 [ \cup ] 0, \frac{27}{4} [$

81. a)  $] -\infty, -2] \cup [0, \infty [$   
b)  $] -\infty, -\frac{5}{2}] \cup [\frac{5}{2}, \infty [$

83. a)  $\frac{1}{3}$   
b)  $-3, \frac{1}{4}$

c)  $\{ \}$   
d)  $-3.5, 1$

85. a)  $-\sqrt{2} - 1$   
b)  $-\sqrt{6}, \frac{2\sqrt{6}}{3}$   
c)  $3\sqrt{3}$   
d)  $\{ \}$

64. a) 1.5, 12.5  
b)  $-5, 12$

66. a)  $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{4}$   
b)  $\frac{-1 \pm \sqrt{41}}{10}$

68. a)  $-1, -\frac{1}{7}$   
b)  $\frac{-6 \pm \sqrt{21}}{5}$

70. a)  $-3\sqrt{7}, \sqrt{7}$   
b)  $\sqrt{3}, -\frac{5\sqrt{3}}{3}$

72. a)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-23+3\sqrt{5}}{22}$   
b)  $-\sqrt{5}, 2$   
c)  $-\sqrt{5}, -1$

74. a) 2  
b) 0

76. ①-B, ②-E, ③-F, ④-A, ⑥-C, übrig: ⑤, D  
passend zu ⑤ z. B.  $\frac{7}{2}x^2 - 10x + \frac{1}{2} = 0$   
passend zu D z. B.  $\frac{1}{2}x^2 - 2x = 0$

78. a) unmöglich  
b)  $+; -3\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 $-; -\frac{3}{2}\sqrt{2}, -\sqrt{2}$   
c)  $+; -\frac{7}{3}, 2$   
d)  $-; \pm 4.5$

80. a)  $] -4\sqrt{3}, 4\sqrt{3} [$   
b)  $] \frac{16}{3}, \infty [$   
c)  $] -\infty, -4] [$   
d)  $] -\infty, \frac{1}{3} [$

82. a)  $] -\infty, 0 [ \cup ] 2, \infty [$   
b)  $] -\infty, 0 [ \cup ] 8, \infty [$

84. a)  $-1.5, 4$   
b)  $\{ \}$

86. a)  $-\sqrt{3} - 1, 2\sqrt{3} + 2$   
b)  $-\sqrt{10} + 2, \frac{2\sqrt{10}-4}{3}$   
c)  $\{ \}$   
d)  $\sqrt{6}$

87. a)  $-6, 0$       c)  $\pm \frac{5}{2}$       88. a)  $0, 10$       c)  $\{\}$   
 b)  $-\frac{1}{3}, 0$       d)  $\{\}$       b)  $\pm \frac{\sqrt{30}}{5}$       d)  $0, \frac{1}{4}$
89. a)  $-\frac{1}{5}, 0$       c)  $0, \frac{\sqrt{5}}{2}$       90. a)  $\pm \sqrt{2}$       c)  $0, \frac{1}{5}$   
 b)  $0, 12$       d)  $\pm \sqrt{7}$       b)  $-3, 0$       d)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0$
91. a)  $-6, 4$       c)  $-9, -5$       92. a)  $2, 18$       c)  $-8, -6$   
 b)  $3, 7$       d)  $-10, 1$       b)  $-3, 4$       d)  $-9, 3$
93. a)  $-1, 4$       c)  $-6, -3$       94. a)  $-5, 10$       c)  $-1, 2$   
 b)  $2, 6$       d)  $-12, 7$       b)  $5, 6$       d)  $-2, 3$
95. a)  $b = -1, c = -12$   
 b)  $b = -3 - \sqrt{7}, c = 3\sqrt{7}$
96. a)  $b = 3, c = -40$   
 b)  $b = 1 + \sqrt{7}, c = \sqrt{7}$
97. a)  $\pm 5\sqrt{2}$       c)  $-4, 3.5$       98. a)  $-2$       c)  $-6, 9$   
 b)  $-4.5, 1.5$       d)  $-3$       b)  $-5, -4$       d)  $\pm 8$
99. a)  $\pm 5$       c)  $-12, 8$       100. a)  $\pm 10\sqrt{2}$       c)  $-2, 8$   
 b)  $-2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$       d)  $\pm 4\sqrt{6}$       b)  $6, 18$       d)  $-4\sqrt{3}, 1$
101. ①-C, ②-B, ③-A, ④-F, ⑤-E, übrig: ⑥, D  
 passend zu ⑥:  $2(x - 6)(x + 4) = 0$   
 passend zu D:  $2x^2 + 15.2x - 48 = 0$
102. ①-B, ②-F, ③-A, ④-E, ⑤-D, übrig: ⑥, C  
 passend zu ⑥:  $\frac{1}{2}(x + 10)(x - 3.6) = 0$   
 passend zu C:  $\frac{1}{2}x^2 + 8x - 18 = 0$
103. a)  $-2, 27$       c)  $-\frac{1}{2}, 8$       104. a)  $\frac{3}{4}$       c)  $-4, \frac{1}{3}$   
 b)  $\pm 5$       d)  $-\frac{9}{2}, \frac{5}{2}$       b)  $-8, -1$       d)  $-1, -\frac{1}{2}$
105. a)  $\{\}$       c)  $-\frac{18}{5}, -\frac{1}{6}$       106. a)  $-5, 3$       c)  $0$   
 b)  $-4, -1$       d)  $\pm \sqrt{3}$       b)  $-\frac{8}{3}, \frac{3}{2}$       d)  $\{\}$
107. a) 2 Fehler      c) 2 Fehler      108. a) 2 Fehler      c) 2 Fehler  
 b) 2 Fehler      d) 3 Fehler      b) 1 Fehler      d) 4 Fehler
109.  $\frac{\pm \sqrt{-ac}}{a}$ , falls  $ac \leq 0$ ;  $\{\}$  sonst
110.  $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$
- |         |                                     |                                     |        |                                     |                                     |      |                                     |
|---------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|
| wahr    | falsch                              | wahr                                | falsch | wahr                                | falsch                              | wahr | falsch                              |
| 111. a) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c)     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | a)   | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)      | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | d)     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | b)   | <input type="checkbox"/>            |
- |         |                                     |                                     |        |                                     |                                     |      |                                     |
|---------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|
| wahr    | falsch                              | wahr                                | falsch | wahr                                | falsch                              | wahr | falsch                              |
| 113. a) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | c)     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | a)   | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)      | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | d)     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | b)   | <input checked="" type="checkbox"/> |
- |         |                                     |                                     |        |                                     |                                     |      |                                     |
|---------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|
| wahr    | falsch                              | wahr                                | falsch | wahr                                | falsch                              | wahr | falsch                              |
| 112. a) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | c)     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | a)   | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)      | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | d)     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | b)   | <input checked="" type="checkbox"/> |
- |         |                                     |                                     |        |                                     |                                     |      |                                     |
|---------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|
| wahr    | falsch                              | wahr                                | falsch | wahr                                | falsch                              | wahr | falsch                              |
| 114. a) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | c)     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | a)   | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)      | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | d)     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | b)   | <input checked="" type="checkbox"/> |

## 5.4 Substitution und biquadratische Gleichungen

115. a)  $-\frac{21}{2}, -6$       c) 7.2, 17.6      116. a)  $-82, 18$       c)  $\{\}$   
 b)  $-\frac{10}{3}, -\frac{1}{3}$       d)  $\{\}$       b)  $\frac{19}{4}, \frac{23}{4}$       d)  $-\frac{5}{6}, \frac{7}{3}$
117. a)  $-7, 5$       118. a)  $-7, 2$   
 b)  $-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}$       b)  $\frac{1}{3}, \frac{10}{3}$   
 c)  $-12, 24$       c)  $-2, \frac{1}{4}$   
 d)  $-2, 4$       d)  $-18, 0$   
 e) gleich      e) gleich  
 f) vor der Rücksubstitution identisch      f) vor der Rücksubstitution identisch
119. a)  $(x+3)^2 + 9(x+3) + 20 = 0$       120. a)  $(x - \frac{1}{2})^2 + 9(x - \frac{1}{2}) + 20 = 0$   
 b)  $(\frac{1}{2}x)^2 + 9(\frac{1}{2}x) + 20 = 0$       b)  $(3x)^2 + 9(3x) + 20 = 0$
121. a)  $2(\frac{x}{4})^2 - 9(\frac{1}{4}x) + 20 = 0$       122. a)  $2(4x)^2 - 9(4x) - 5 = 0$   
 b)  $2(x-1)^2 - 9(x-1) - 5 = 0$       b)  $2(x+6)^2 - 9(x+6) - 5 = 0$
123. a)  $\pm 2, \pm 3$       c)  $\pm 4$       124. a)  $\pm 11$       c)  $\pm 1$   
 b)  $\pm 1, \pm 5$       d)  $\{\}$       b)  $\pm 6$       d)  $\pm 2, \pm 10$
125. a)  $\pm \sqrt{3}$       c) 0      126. a)  $\{\}$       c)  $\pm 1$   
 b)  $\pm \sqrt{15}, \pm 2\sqrt{2}$       d)  $\pm \sqrt{10}, \pm 2$       b)  $0, \pm 7$       d)  $0, \pm 1$
127. a)  $\pm \frac{\sqrt{10}}{2}$       c)  $\pm \frac{\sqrt{6}}{6}, \pm \frac{1}{4}$       128. a)  $\pm \frac{\sqrt{14}}{2}, \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$       c)  $\{\}$   
 b)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$       d)  $\pm \frac{2}{3}$       b)  $\pm \frac{3}{2}$       d)  $\pm \frac{\sqrt{33}}{3}, \pm 1$

## 5.5 Bruchgleichungen und Wurzelgleichungen

129. a)  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 7\}$       c)  $\mathbb{R} \setminus \{3, 8\}$       130. a)  $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{1}{5}\}$       c)  $\mathbb{R} \setminus \{-2, \frac{1}{3}\}$   
 b)  $\mathbb{R} \setminus \{-3, -4\}$       d)  $\mathbb{R} \setminus \{-0.5, 7\}$       b)  $\mathbb{R} \setminus \{4, 6\}$       d)  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$
131. a)  $] -\infty, -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}, \infty[$       132. a)  $[-4, 4]$   
 b)  $] -\infty, -4] \cup [1, \infty[$       b)  $] -\infty, 1] \cup [4, \infty[$   
 c)  $\mathbb{R}$       c)  $] -\infty, -6] \cup [5, \infty[$   
 d)  $] -\infty, -3] \cup [0, \infty[$       d)  $\{\}$
133. a)  $-6$       c)  $-7$       134. a)  $-6, \frac{1}{2}$       c)  $-8$   
 b)  $\pm 2\sqrt{6}$       d)  $-\frac{1}{3}, 4$       b)  $\pm 5\sqrt{2}$       d)  $-4, 8$
135. a)  $-4$       c)  $-6$       136. a)  $-0.5$       c)  $-6$   
 b)  $-5$       d)  $-9$       b)  $7$       d)  $-6$
137. a)  $-9, 6$       c)  $5, 7$       138. a)  $-5, 10$       c) 7  
 b)  $4, 5$       d) 4      b)  $9, 11$       d) 1
139. a) 6      c) 4      140. a) 6      c) 6  
 b) 9      d)  $\{\}$       b) 8      d)  $-\frac{1}{2}, 2$

## 5.6 Parametergleichungen

141. a) für  $m$ :  $-4n, 2n$   
für  $n$ :  $-\frac{1}{4}m, \frac{1}{2}m$
- b) für  $a$ :  $-4b, 2b$   
für  $b$ :  $-\frac{1}{4}a, \frac{1}{2}a$
143. a)  $-3a, 2a$   
b)  $-\frac{b}{2}, 4b$
145. a)  $-1, -\frac{1}{b}$   
b)  $\frac{2}{c}, \frac{10}{c}$
147.  $a = 7$ : Lösung:  $-3.5$   
 $a = -7$ : Lösung:  $3.5$
149.  $a = 25$ : Lösungen:  $-5, -20$   
 $a = -25$ : Lösungen:  $20, 5$
151. Für alle  $a$  mit  $|a| \geq 10$   
Lösungen:  $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 100}}{10}$
153. a)  $a = 26; x_2 = 6.5$   
b)  $a = 4; x_2 = 11$   
c)  $a = 4; x_2 = -\sqrt{2}$   
d)  $a = \frac{23}{3}; x_2 = -\frac{1}{6}$
155. für  $a = 4$ :  $x_2 = -8$   
für  $a = 0$ :  $x_2 = 0$
157. a) keine L.:  $b \in ]-4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}[$   
1 L.:  $b = \pm 4\sqrt{2}$   
2 L.:  $b \in ]-\infty, -4\sqrt{2}[ \cup ]4\sqrt{2}, \infty[$
- b) keine L.:  $b > 3$   
1 L.:  $b = 3$   
2 L.:  $b < 3$
- c) 1 L.:  $b = 0$   
keine L.: sonst
- d) 1 L.:  $b = 0$   
2 L.: sonst
159. a)  $\frac{-8+3a}{12}, \frac{3+a}{4}$   
b)  $-\frac{8p}{3}, 4p$
161. a)  $-m, \frac{m}{2}$   
b)  $-\frac{4}{b}, 6b$
142. a) für  $k$ :  $-\frac{1}{4}p, \frac{3}{2}p$   
für  $p$ :  $-4k, \frac{2}{3}k$
- b) für  $c$ :  $\frac{2}{3}d, \frac{3}{2}d$   
für  $d$ :  $\frac{2}{3}c, \frac{3}{2}c$
144. a)  $-7a, \frac{a}{2}$   
b)  $-6b, \frac{b}{3}$
146. a)  $-\frac{3}{a}, \frac{2}{a}$   
b)  $-\frac{3}{4b}, \frac{5}{2}b$
148.  $a = 13$ : Lösung:  $-6.5$   
 $a = -13$ : Lösung:  $6.5$
150.  $a = 27$ : Lösungen:  $-18, -9$   
 $a = -27$ : Lösungen:  $9, 18$
152.  $a = -20$ : Lösungen:  $4, 16$
154. a)  $a = 4.5; x_2 = -4.5$   
b)  $a = 19; x_2 = \frac{1}{3}$   
c)  $a = 12; x_2 = 4\sqrt{3}$   
d)  $a = 23; x_2 = \frac{2}{3}$
156. für  $a = 6$ :  $x_2 = 4$   
für  $a = 10$ :  $x_2 = 12$
158. a) 2 L.:  $b < 0$   
1 L.:  $b = 0$   
keine L.: sonst
- b) keine L.:  $b < -4.5$   
1 L.:  $b = -4.5$   
2 L.:  $b > -4.5$
- c) 1 L.:  $b = 1$   
2 L.: sonst
- d) 1 L.:  $b = 0$   
2 L.: sonst
160. a)  $0, \frac{1}{a}$   
b)  $-\frac{1}{p}, \frac{4-3p}{2p^2-2p}$
162. a)  $-\frac{a}{2}, \frac{a}{4}$   
b)  $-b \pm b\sqrt{2}$
- c)  $\pm\sqrt{6}a, \pm a$   
d)  $\pm\frac{3}{b}, \pm b$
- c)  $-b, 2b$   
d)  $p^2, 17p^2$

163. a) für  $c > -4$ :  $2 \pm \sqrt{4+c}$ ,  
 für  $c = -4$ : 2,  
 für  $c < -4$ :  $\{\}$

b) für  $b \neq 0$ :  $\frac{-1 \pm \sqrt{2}}{b}$ ,  
 für  $b = 0$ :  $\{\}$

c) für  $a \in ]-\infty, -1[ \cup ]-1, 1[:$   
 $\frac{-a+1 \pm \sqrt{2-2a}}{a+1}$ ,  
 für  $a = 1$ : 0,  
 für  $a = -1$ :  $\frac{1}{2}$ ,  
 für  $a > 1$ :  $\{\}$

d) für  $d \in ]-\infty, -6[ \cup ]6, \infty[:$   $\frac{d \pm \sqrt{d^2-36}}{18}$ ,  
 für  $d \in ]-6, 6[:$   $\{\}$ ,  
 für  $d = 6$ :  $\frac{1}{3}$ ,  
 für  $d = -6$ :  $-\frac{1}{3}$

165. a) für alle  $a$ :  $\frac{1}{2}a, a$

b) für alle  $b$ :  $\{\}$

c) für  $c \neq 0$ :  $\frac{1}{4c}, \frac{1}{4}$ ,  
 für  $c = 0$ :  $\frac{1}{4}$

d) für alle  $d$ :  $\frac{-d-4 \pm \sqrt{d^2+16}}{4}$

167. a) für  $a = -1$ : -2,

für  $a = -9$ : -6,

für  $a \in ]-\infty, -9[ \cup ]-9, -1[:$   $\frac{-a+3 \pm \sqrt{a^2+10a+9}}{-2}$ ,  
 für  $a \in ]-9, -1[:$   $\{\}$

b) für  $b = \frac{1}{9}$ : -6,

für  $b = 1$ : 2,

für  $b = 0$ : -2,

für  $b \in ]-\infty, 0[ \cup ]0, \frac{1}{9}[ \cup ]\frac{1}{9}, \infty[:$   $\frac{-3b+1 \pm \sqrt{9b^2-10b+1}}{-b}$ ,  
 für  $b \in ]\frac{1}{9}, 1[:$   $\{\}$

c) für  $c = -\frac{1}{4}$ : 2,

für  $c = -1$ : -1,

für  $c = 0$ :  $\frac{1}{2}$ ,

für  $c \in ]-\infty, -1[ \cup ]-\frac{1}{4}, 0[ \cup ]0, \infty[:$   $\frac{-2c-1 \pm \sqrt{4c^2+5c+1}}{c}$ ,  
 für  $c \in ]-1, -\frac{1}{4}[$ :  $\{\}$

d) für  $d = \sqrt{6}$ :  $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ,

für  $d = -\sqrt{6}$ :  $-\frac{\sqrt{6}}{12}$ ,

für  $d = 0$ : Gleichung nicht definiert,

für  $d = 2$ :  $-\frac{1}{4}$ ,

für  $d = -2$ :  $\frac{1}{4}$ ,

für  $d \in ]-\infty, -\sqrt{6}[ \cup ]-\sqrt{6}, 2[ \cup ]2, \sqrt{6}, \infty[:$   $\frac{-5+d^2 \pm \sqrt{d^4-10d^2+24}}{2d}$ ,

für  $d \in ]-\sqrt{6}, -2[ \cup ]2, \sqrt{6}[$ :  $\{\}$

164. a) für  $a \in ]-\infty, -2[ \cup ]2, \infty[:$   $\frac{-a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}$

für  $a = -2$ : 1

für  $a = 2$ : -1

für  $a \in ]-2, 2[:$   $\{\}$

b) für  $b = -9$ : 3

für  $b > -9$ :  $3 \pm \sqrt{9+b}$

für  $b < -9$ :  $\{\}$

c) für  $c > -2 \vee c \neq 2$ :  $\frac{-c-2 \pm 2\sqrt{c+2}}{2c-4}$ ,

für  $c = -2$ : 0,

für  $c = 2$ :  $-\frac{1}{4}$

für  $c < -2$ :  $\{\}$

d) für alle  $d$ :  $-\frac{d}{2}, -\frac{d}{3}$

166. a) für  $a \neq 0$ :  $-\frac{2}{5a}, -\frac{1}{a}$ ,  
 für  $a = 0$ :  $\{\}$

b) für alle  $b$ :  $\{\}$

c) für  $c \neq -1$ :  $\frac{-1}{c+1}, -1$ ,  
 für  $c = -1$ : -1

d) für  $d < 2.5 \vee d \neq 0$ :  $\frac{-5+d \pm \sqrt{25-10d}}{-2d^2}$ ,

für  $d = 2.5$ :  $\frac{1}{5}$ ,

für  $d = 0$ :  $\frac{1}{20}$  für  $d > 2.5$ :  $\{\}$

168. a) für  $a = -\frac{2}{3}$ :  $-\frac{1}{2}$ ,  
      für  $a = -\frac{4}{3}$ :  $-\frac{1}{3}$ ,  
      für  $a = -\frac{2}{15}$ :  $-\frac{5}{12}$ ,  
      für  $a \in ] -\infty, -\frac{4}{3} [ \cup ] -\frac{2}{3}, -\frac{2}{15} [ \cup ] -\frac{2}{15}, \infty [$ :  $\frac{-3a+2 \pm \sqrt{9a^2+18a+8}}{15a+2}$ ,  
      für  $a \in ] -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3} [$ :  $\{ \}$
- b) für  $b = -\frac{1}{8}$ :  $-\frac{1}{4}$ ,  
      für  $b = -\frac{1}{2}$ :  $\frac{1}{2}$ ,  
      für  $b < -\frac{1}{2} \vee b > -\frac{1}{8}$ :  $\frac{-4b-1 \pm \sqrt{16b^2+10b+1}}{2}$ ,  
      für  $b \in ] -\frac{1}{2}, -\frac{1}{8} [$ :  $\{ \}$
- c) für  $c = -1$ :  $-1$ ,  
      für  $c = -4$ :  $\frac{1}{2}$ ,  
      für  $c = 0$ :  $-\frac{1}{4}$ ,  
      für  $c \in ] -\infty, -4 [ \cup ] -1, 0 [ \cup ] 0, \infty [$ :  $\frac{2+c \pm \sqrt{c^2+5c+4}}{c}$ ,  
      für  $c \in ] -4, -1 [$ :  $\{ \}$
- d) für  $d = -1$ :  $6$ ,  
      für  $d = -4$ :  $12$ ,  
      für  $d < -4 \vee d > -1$ :  $-2d + 4 \pm 2\sqrt{d^2 + 5d + 4}$ ,  
      für  $d \in ] -4, -1 [$ :  $\{ \}$

## 5.7 Textaufgaben

- |                                  |                                 |                              |                                   |
|----------------------------------|---------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| 169. $-20, 16$                   | 170. $-18, 21$                  |                              |                                   |
| 171. $(9, -6), (-25, -40)$       | 172. $(14, -11), (-75, -100)$   |                              |                                   |
| 173. $-3, 20$                    | 174. $-3, 40$                   | 175. $38$                    | 176. $59$                         |
| 177. $-\frac{8}{9}, \frac{9}{8}$ | 178. $\frac{3}{7}, \frac{7}{3}$ | 179. $\frac{21}{22}$         | 180. $-\frac{1}{3}, \frac{15}{8}$ |
| 181. $7.29$                      | 182. $0, 1.3$                   | 183. $27$                    | 184. $35$                         |
| 185. $18$                        | 186. $9$                        | 187. $45$                    | 188. $83$                         |
| 189. $178 \text{ cm}$            | 190. $22 \text{ dm}$            | 191. $62 \text{ dm}$         | 192. $136 \text{ cm}$             |
| 193. $240 \text{ mm}^2$          | 194. $84 \text{ dm}$            | 195. $60 \text{ cm}^2$       | 196. $588 \text{ mm}^2$           |
| 197. $38 \text{ cm}$             | 198. $65 \text{ cm}$            | 199. $69 \text{ cm}$         | 200. $52 \text{ cm}$              |
| 201. $1536 \text{ mm}^2$         | 202. $28.8 \text{ cm}$          | 203. $111\,476 \text{ dm}^3$ | 204. $450 \text{ mm}$             |

## 5.8 Der Satz von Vieta

205.  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 + bx + c$

207. a) Summe:  $-1$

Produkt:  $-15.75$

b) Summe:  $-20$

Produkt:  $75$

c) keine Lösungen

209. a)  $-0.8(x - 1)(x + 4) = 0$

b)  $\frac{2}{3}(x - 3)^2 = 0$

c) unmöglich

d)  $6\left(x - \frac{1}{6}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right) = 0$

211. a)  $4x^2 + 31x - 8 = 0$

b)  $3x^2 + 36x - 39 = 0$

c)  $\frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{5}x - 12 = 0$

d)  $\frac{3}{2}x^2 + 15x - 300 = 0$

213. a)  $\boxed{\quad} : -\frac{3}{4}$

2. Lösung:  $12$

Gleichung:  $-\frac{3}{4}(x + 4)(x - 12) = 0$

b)  $\boxed{\quad} : \frac{2}{5}$

2. Lösung:  $-1$

Gleichung:  $\frac{2}{5}(x - 2)(x + 1) = 0$

c)  $\boxed{\quad} : 2.7$

2. Lösung:  $-4$

Gleichung:  $-0.3(x + 4)(x + 5) = 0$

d)  $\boxed{\quad} : 2$

2. Lösung:  $-1.2$

Gleichung:  $2(x + 1.2)(x - 2) = 0$

215. Summe der Lösungen:  $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$

Summe der paarweisen Produkte der Lösungen:  $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a}$

Produkt der Lösungen:  $x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$

216. Summe der Lösungen:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a}$

Summe der paarweisen Produkte der Lösungen:  $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = \frac{c}{a}$

Summe der Produkte von jeweils drei Lösungen:  $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{d}{a}$

Produkt der Lösungen:  $x_1x_2x_3x_4 = \frac{e}{a}$

206. -

208. a) keine Lösungen

b) Summe:  $-\frac{7}{3}$

Produkt:  $-2$

c) Summe:  $11$

Produkt:  $-12$

210. a) unmöglich

b)  $\frac{1}{5}(x + 6)(x - 7) = 0$

c)  $8\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{1}{8}\right) = 0$

d)  $\frac{1}{3}\left(x - \frac{12}{5}\right)(x + 2) = 0$

212. a)  $-4x^2 + 60x + 216 = 0$

b)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{11}{3}x - 4 = 0$

c)  $\frac{4}{5}x^2 + \frac{32}{5}x + 12 = 0$

d)  $-x^2 - 2x + 55.25 = 0$

213. a)  $\boxed{\quad} : -\frac{3}{4}$

2. Lösung:  $1.5$

Gleichung:  $3(x + 1.5)(x - 4) = 0$

b)  $\boxed{\quad} : 0.6$

2. Lösung:  $-2$

Gleichung:  $0.6(x + 2)(x - 7) = 0$

c)  $\boxed{\quad} : 220$

2. Lösung:  $-10$

Gleichung:  $-2(x - 11)(x + 10) = 0$

d)  $\boxed{\quad} : 9$

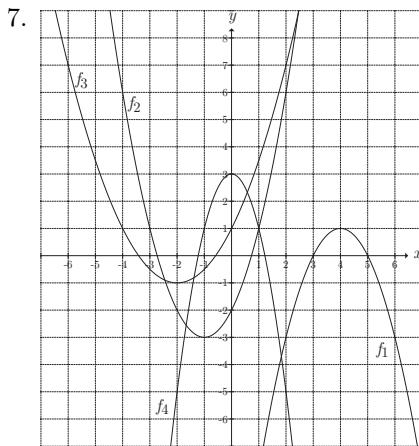
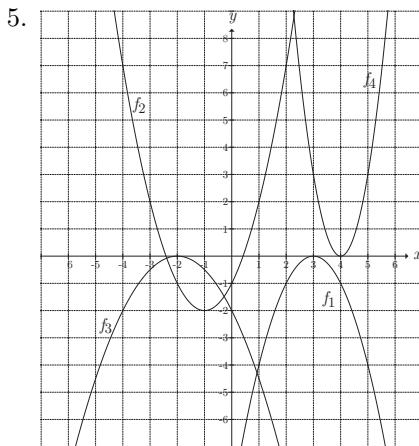
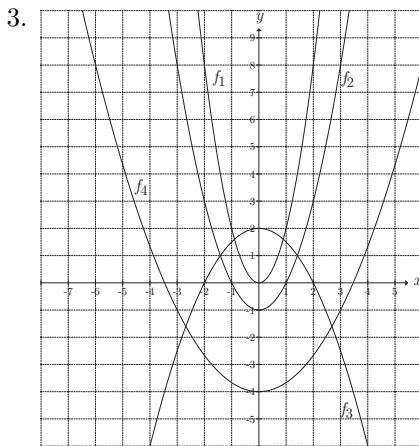
2. Lösung:  $-2$

Gleichung:  $5\left(x - \frac{1}{5}\right)(x + 2) = 0$

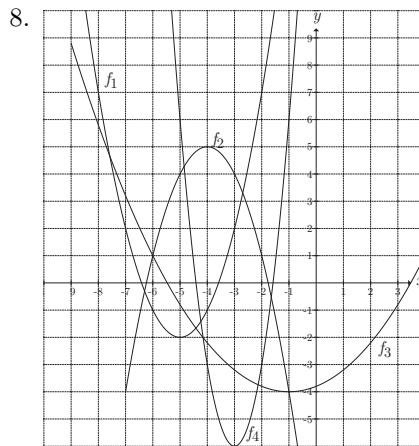
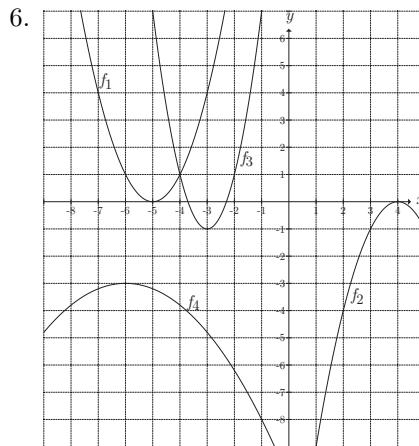
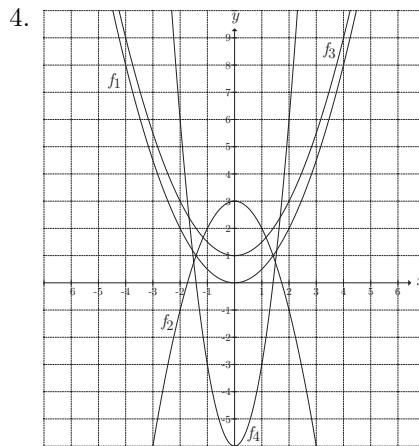
# 6 Quadratische Funktionen

## 6.1 Quadratische Funktionen

1. ja nein      ja nein  
 a)   c)    
 b)   d)



2. ja nein      ja nein  
 a)   c)    
 b)   d)

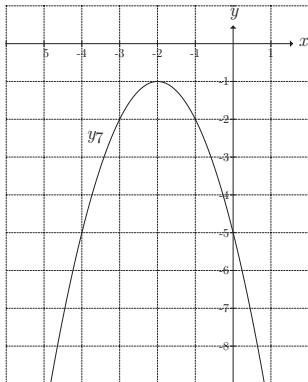


9. ①-B, ②-D, ③-A, ④-C

10. ①-D, ②-A, ③-C, ④-B

11.  $f_1(x) = (x + 1)^2$ ,  
 $f_2(x) = -3(x - 4)^2 + 6$ ,  
 $f_3(x) = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 4$ ,  
 $f_4(x) = 2(x - 3)^2 - 4$

13.  $a : x \mapsto y_5$ ,  $b : x \mapsto y_3$ ,  $c : x \mapsto y_1$ ,  
 $d : x \mapsto y_4$ ,  $e : x \mapsto y_8$ ,  $f : x \mapsto y_2$ ,  
 $g : x \mapsto y_6$



15. a)  wahr  falsch      c)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch      d)  wahr  falsch

17. a)  wahr  falsch      c)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch      d)  wahr  falsch

19. a)  $y = 4x^2 - 16x + 19$   
 b)  $y = -2x^2 + 20x - 51$   
 c)  $y = \frac{1}{4}x^2 + 4x$   
 d)  $y = -\frac{3}{2}x^2 - 6x - 10$

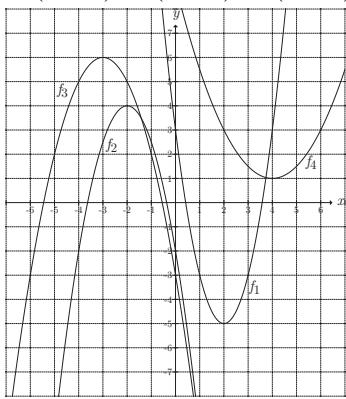
21.  $\mathcal{B}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{A}$

22.  $\mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{A}, \mathcal{B}$

25. a)  $(5, 3)$   
 b)  $(-2, 4)$

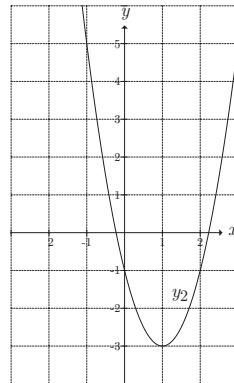
c)  $(-6, -7)$   
 d)  $(8, 2)$

27.  $S_1(2, -5), S_2(-2, 4), S_3(-3, 6), S_4(4, 1)$



12.  $f_1(x) = -(x - 2)^2$ ,  
 $f_2(x) = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 5$ ,  
 $f_3(x) = 3(x + 1)^2 - 7$ ,  
 $f_4(x) = -2x^2 - 1$

14.  $a : x \mapsto y_4$ ,  $b : x \mapsto y_1$ ,  $c : x \mapsto y_3$ ,  
 $d : x \mapsto y_5$ ,  $e : x \mapsto y_7$ ,  $f : x \mapsto y_8$ ,  
 $g : x \mapsto y_6$



16. a)  wahr  falsch      c)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch      d)  wahr  falsch

18. a)  wahr  falsch      c)  wahr  falsch  
 b)  wahr  falsch      d)  wahr  falsch

20. a)  $y = 5x^2 + 40x + 68$   
 b)  $y = -\frac{2}{5}x^2 + 8x - 25$   
 c)  $y = \frac{2}{3}x^2 - 8x + 26$   
 d)  $y = -3x^2 + 6x + 2$

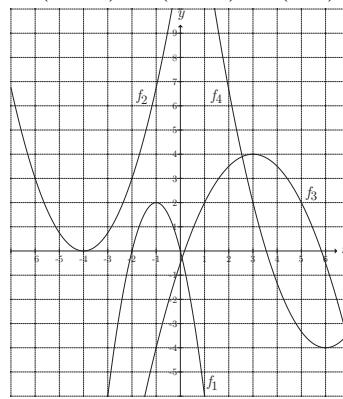
23.  $\mathcal{D}, \mathcal{B}, \mathcal{E}, \mathcal{A}, \mathcal{C}$

24.  $\mathcal{E}, \mathcal{A}, \mathcal{D}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$

26. a)  $(-11, -9)$   
 b)  $(\frac{1}{3}, 4)$

c)  $(-1, -2)$   
 d)  $(-10, -5)$

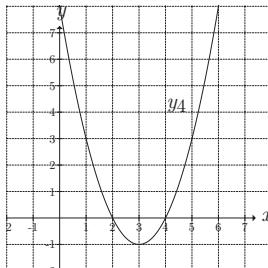
28.  $S_1(-1, 2), S_2(-4, 0), S_3(3, 4), S_4(6, -4)$



29. a)  $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$
- $$\begin{aligned} &= 3(x^2 - 2x) + 5 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 5 - 3 \\ &= 3(x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$
- $S(1, 2)$
- b)  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - 8x - 23$
- $$\begin{aligned} &= -\frac{2}{3}(x^2 + 12x) - 23 \\ &= -\frac{2}{3}(x^2 + 12x + 36) + 24 - 23 \\ &= -\frac{2}{3}(x + 6)^2 + 1 \end{aligned}$$
- $S(-6, 1)$
30. a)  $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - 6x - 15$
- $$\begin{aligned} &= -\frac{3}{4}(x^2 + 8x) - 15 \\ &= -\frac{3}{4}(x^2 + 8x + 16) - 15 + 12 \\ &= -\frac{3}{4}(x + 4)^2 - 3 \end{aligned}$$
- $S(-4, -3)$
- b)  $f(x) = 4x^2 - 24x + 31$
- $$\begin{aligned} &= 4(x^2 - 6x) + 31 \\ &= 4(x^2 - 6x + 9) + 31 - 36 \\ &= 4(x - 3)^2 - 5 \end{aligned}$$
- $S(3, -5)$
31.  $S\left(-\frac{p}{2}, \frac{4q-p^2}{4}\right)$
33. a)  $(3, 1)$   
b)  $(3, -10)$   
c)  $(3, -18)$   
d)  $(3, c - 18), x - \text{Werte alle gleich}$
35. a)  $(5, -24)$   
b)  $(5, -11.5)$   
c)  $(5, 51)$   
d)  $(5, 1 - 25a), x - \text{Werte alle gleich}$
37. a)  $c > 48$   
b)  $c > -54$
39. a) 8  
b) 1.5
41. a)  $(2, -4)$   
b)  $(-1, 2)$
43. a)  $P \in f, Q \notin f, R \notin f$   
b)  $P \notin f, Q \notin f, R \in f$
45. a)  $P(-5, -3.5), Q_1(2, 28), Q_2(-14, 28), R_1(-2, 4), R_2(-10, 4)$   
b)  $P(-5, 0.75), Q_1(-2, 3), Q_2(-6, 3), R(-4, 0)$
46. a)  $P(0, -7), Q_1(3, -34), Q_2(-9, -34), R_1(-1, -2), R_2(-5, -2)$   
b)  $P(-6, -9), Q(-3, -3), R_1(1, -\frac{41}{3}), R_2(-7, -\frac{41}{3})$
47. a) -3  
b) 10
49. a)  $f(x) = 2(x - 3)^2 - 5$   
b)  $f(x) = 5(x - 1)^2$   
c)  $f(x) = \frac{1}{6}(x + 11)^2 - 4$   
d)  $f(x) = \frac{2}{3}(x - \frac{11}{4})^2 + \frac{13}{4}$
32.  $S\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
34. a)  $(-2, -3)$   
b)  $(-2, 6)$   
c)  $(-2, 2)$   
d)  $(-2, c + 2), x - \text{Werte alle gleich}$
36. a)  $(-1, -5)$   
b)  $(-1, -7)$   
c)  $(-1, -3.5)$   
d)  $(-1, -4 - a), x - \text{Werte alle gleich}$
38. a)  $c > -12.5$   
b)  $c > 40$
40. a) 4  
b) 2.5
42. a)  $(-5, -6)$   
b)  $(4, 2)$
44. a)  $P \notin f, Q \in f, R \in f$   
b)  $P \in f, Q \notin f, R \in f$
48. a) 16.5  
b) 24
50. a)  $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 8)^2 - 4$   
b)  $f(x) = -4(x + 1.5)^2 + 2$   
c)  $f(x) = \frac{6}{7}(x + 7)^2 - 11$   
d)  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3$

51. a)  $f(x) = -3x^2 - 6x + 3, S(-1, 6)$   
      b)  $f(x) = 0.3x^2 + 4.2x + 11.7, S(-7, -3)$   
      c)  $f(x) = 1.5x^2 - 6x + 7, S(2, 1)$   
      d)  $f(x) = -0.5x^2 + 3x - 8.5, S(3, -4)$
- |                                     |                          |                          |                          |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| e                                   | m                        | k                        | e                        | m                                   | k                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| a)                                  | b)                       | c)                       | d)                       | c)                                  | d)                                  |
52. a)  $f(x) = 0.6x^2 + 3.6x + 5.4, S(-3, 0)$   
      b)  $f(x) = -2x^2 + 28x - 93, S(7, 5)$   
      c)  $f(x) = 2.5x^2 - 10x + 10, S(2, 0)$   
      d)  $f(x) = 0.1x^2 + x - 5.5, S(-5, -8)$
- |                                     |                          |                          |                          |                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| e                                   | m                        | k                        | e                        | m                                   | k                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| a)                                  | b)                       | c)                       | d)                       | c)                                  | d)                       |
53. a)  $\begin{array}{ccc} \boxtimes & \square & \square \\ \square & \boxtimes & \square \end{array}$   
      b)  $\begin{array}{ccc} \square & \boxtimes & \square \\ \square & \square & \boxtimes \end{array}$
54. a)  $\begin{array}{ccc} \boxtimes & \square & \square \\ \square & \square & \boxtimes \end{array}$   
      b)  $\begin{array}{ccc} \square & \square & \boxtimes \\ \square & \boxtimes & \square \end{array}$
55. a)  $3, -\frac{1}{2}$   
      b)  $\{\}$
56. a)  $2, 4$   
      b)  $-4, 2.5$
57. a)  $X_1(-5, 0), X_2(1, 0), Y(0, -20)$   
      b)  $X(-1, 0), Y(0, -\frac{2}{3})$   
      c)  $X_1(1, 0), X_2(2.5, 0), Y(0, \frac{1}{2})$   
      d)  $X_1(-4.5, 0), X_2(5, 0), Y(0, 67.5)$
58. a)  $X_1(-3, 0), X_2(6, 0), Y(0, -7.2)$   
      b)  $X_1(-5, 0), X_2(7.5, 0), Y(0, 75)$   
      c)  $X_1(-10, 0), X_2(-1, 0), Y(0, -\frac{10}{3})$   
      d)  $X_1(-3, 0), X_2(\frac{2}{3}, 0), Y(0, 8)$
59. a)  $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$   
      b)  $y = -2x^2 - 11x + 6$   
      c)  $y = -3x^2 + 2x + 1$   
      d)  $y = 0.8x^2 + 1.6x - 38.4$
60. a)  $y = 5x^2 + 15x - 20$   
      b)  $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{28}{3}x + 30$   
      c)  $y = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{45}{4}x - \frac{81}{2}$   
      d)  $y = -2x^2 - 12x - 16$
61. a)  $x_1 = -3, x_2 = -7, S(-5, -2)$   
      b)  $x_1 = 0, x_2 = 1, S(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$   
      c)  $x_1 = 2, x_2 = -4, S(-1, -\frac{27}{4})$   
      d)  $x_1 = -5, x_2 = 5, S(0, -150)$
62. a)  $x_1 = -4, x_2 = 1, S(-1.5, -12.5)$   
      b)  $x_1 = -6, x_2 = -8, S(-7, 4)$   
      c)  $x_1 = -3, x_2 = -9, S(-6, -3)$   
      d)  $x_1 = 0, x_2 = -6, S(-3, \frac{9}{2})$
63. a) NF:  $f(x) = -0.5x^2 + x + 4$   
          SF:  $f(x) = -0.5(x - 1)^2 + 4.5$   
      b) NF:  $f(x) = -3x^2 + 30x - 72$   
          SF:  $f(x) = -3(x - 5)^2 + 3$   
      c) NF:  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x$   
          SF:  $f(x) = \frac{1}{4}(x + \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{16}$   
      d) NF:  $f(x) = 2x^2 - 162$   
          SF:  $f(x) = 2x^2 - 162$
64. a) NF:  $f(x) = 2x^2 + 8x - 24$   
          SF:  $f(x) = 2(x + 2)^2 - 32$   
      b) NF:  $f(x) = 0.8x^2 - 0.8$   
          SF:  $f(x) = 0.8x^2 - 0.8$   
      c) NF:  $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 6x + 12$   
          SF:  $f(x) = \frac{2}{3}(x + 4.5)^2 - 1.5$   
      d) NF:  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 18x + 48$   
          SF:  $f(x) = \frac{3}{2}(x + 6)^2 - 6$
65. a)  $f(x) = \frac{1}{2}(x + 3)(x + 5)$   
      b) nicht möglich  
      c)  $f(x) = \frac{2}{3}(x + 5)(x + 9)$   
      d)  $f(x) = 2(x - 4)(x + 4)$
66. a)  $f(x) = 0.6(x + 6)(x + 1)$   
      b)  $f(x) = -4(x + 7)(x - 7)$   
      c)  $f(x) = 2(x + 2.5)(x + 5)$   
      d)  $f(x) = -(x - \frac{2}{3})(x + \frac{3}{2})$
67. a)  $f(x) = 0.4(x - 2)(x + 6)$   
      b)  $f(x) = -(x + 4)(x - 5)$   
      c)  $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 7)(x + 3)$   
      d)  $f(x) = 3(x - 1)(x + 5)$
68. a)  $f(x) = \frac{3}{2}(x + 4)(x - 1)$   
      b) nicht möglich  
      c)  $f(x) = \frac{1}{2}(x - 6.5)(x - 2.5)$   
      d)  $f(x) = 2(x - 4)(x + 10)$

69. a :  $x \mapsto y_3$ , b :  $x \mapsto y_1$ , c :  $x \mapsto y_6$ ,  
d :  $x \mapsto y_5$ , e :  $x \mapsto y_2$



71. a) unmöglich

b) möglich

c) möglich

73. a)  $[-4, 2]$

b)  $]-\infty, -2[ \cup ]3, \infty[$

c)  $[-4, 6.5]$

d)  $]-\infty, -8] \cup [3, \infty[$

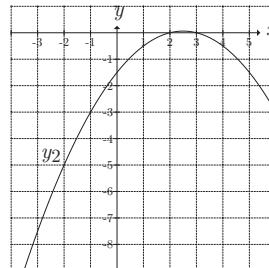
75. a)  $]-3, 7[$

b)  $]-\infty, -2] \cup [8, \infty[$

c)  $\{\}$

d)  $]-\infty, -9] \cup [6, \infty[$

70. a :  $x \mapsto y_3$ , b :  $x \mapsto y_1$ , c :  $x \mapsto y_6$ ,  
d :  $x \mapsto y_4$ , e :  $x \mapsto y_5$



72. a) möglich

b) unmöglich

c) unmöglich

74. a)  $]-\infty, -4] \cup [2.5, \infty[$

b)  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

c)  $]-12, -3[$

d)  $[-1, 6]$

76. a)  $]-\infty, -4] \cup ]3, \infty[$

b)  $[-6, 18]$

c)  $\{\}$

d)  $]-\infty, -4] \cup [7, \infty[$

77. a)  wahr  falsch

wahr  falsch

b)  wahr  falsch

wahr  falsch

79. a)  wahr  falsch

wahr  falsch

b)  wahr  falsch

wahr  falsch

81.  $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 9$

83.  $y = 0.4x^2 + 1.6x + 3.6$

85. a)  $y = 3(x + 5)^2 + 2$

b)  $y = -3(x - 5)^2 - 2$

c)  $y = -3(x + 5)^2 - 2$

87. a)  $y = 0.75x^2 - 9x + 23$

b)  $y = -0.75x^2 - 9x - 23$

c)  $y = -0.75x^2 + 9x - 23$

89. a)  $y = -4(x + 1)^2 + 2$

b)  $y = 4(x - 11)^2 + 2$

c)  $y = -4(x + 1)^2 + 4$

d)  $y = -4(x - 9)^2 + 6$

78. a)  wahr  falsch

wahr  falsch

b)  wahr  falsch

wahr  falsch

80. a)  wahr  falsch

wahr  falsch

b)  wahr  falsch

wahr  falsch

82.  $y = -3(x + 3)^2 - 1$

84.  $y = -1.2x^2 - 9.6x - 11.2$

86. a)  $y = 2(x + 3)^2 - 4$

b)  $y = -2(x - 3)^2 + 4$

c)  $y = 2(x - 3)^2 - 4$

88. a)  $y = 1.5x^2 - 12x + 16$

b)  $y = -1.5x^2 - 12x - 16$

c)  $y = 1.5x^2 + 12x + 16$

90. a)  $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 4$

b)  $y = -\frac{1}{2}(x + 15)^2 + 4$

c)  $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 8$

d)  $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 2$

91.  $d = -5$
92.  $d = 10$
93.  $d_1 = 5, d_2 = 9$
94.  $d_1 = -7, d_2 = -3$
95.  $y = (x + 1)^2 + 7$
96.  $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 4$
97.  $y = 3x^2 - 54x + 244$
98.  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 1$
99.  $y = 6(x + 4)^2$
100.  $y = -\frac{1}{6}(x - 1)^2$
101.  $y = -\frac{2}{5}(x - 2)^2$
102.  $y = 18x^2$
103.  $d_1 = 3, d_2 = 8$
104.  $d_1 = 3, d_2 = 6$
105. a) ja,  $(-1, -1.5)$       c) nicht möglich  
b) ja,  $(-2.5, 1.5)$       d) ja,  $(-3, -3)$
106. a) ja,  $(3, 1.5)$       c) ja,  $(2.5, -4)$   
b) ja,  $(-1, 2)$       d) nicht möglich
107. a) ja,  $\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$       c) nicht möglich  
b) ja,  $\begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix}$       d) ja,  $\begin{pmatrix} -3 \\ -1.5 \end{pmatrix}$
108. a) nicht möglich      c) ja,  $\begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$   
b) ja,  $\begin{pmatrix} -10 \\ -4 \end{pmatrix}$       d) ja,  $\begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$
109. a)  $(-2, 40), (6, 8)$   
b)  $(-6, -11), (6, -35)$   
c)  $(-2, 0), (6, 3.2)$   
d)  $(6, 4)$
110. a)  $(-7, -4), (-2, 1)$   
b)  $(-7, -3.25), (-2, 8)$   
c)  $(-5, 4), (3, 0)$   
d)  $\{\}$
111. a)  $(-4, -2), (-1, 7)$   
b)  $(-7, -4), (-3, -4)$   
c)  $\{\}$   
d)  $(3, 4)$
112. a)  $(-2, 5), (2, 5)$   
b)  $(3, 10)$   
c)  $(-2, 4), (-7, -1)$   
d)  $\{\}$
113. a)  $y = 3$       c)  $y = -24$       e)  $y = -2$       g)  $y = 2$   
b)  $y = 0$       d)  $y = 12.5$       f)  $y = 4$       h)  $y = -3$
114. a)  $m = 0.5, B(4, 6.5)$   
b)  $m = 11, B(-2, 3)$   
c)  $m_1 = 4, B_1(1, 6),$   
 $m_2 = 2, B_2(-1, 0)$   
d)  $m_1 = 10, B_1(-1, -21),$   
 $m_2 = 6, B_2(1, -5)$
115. a)  $m = -0.5, B(1, -4)$   
b)  $m = 30, B(-9, -6)$   
c)  $m_1 = 18, B_1(2, 27),$   
 $m_2 = -6, B_2(-2, 3)$   
d)  $m_1 = 26, B_1(5, 163)$   
 $m_2 = 6, B_2(-5, 3)$
116. a)  $y = 8x + 15$       b)  $y = 6x - 19$       c)  $y = 4x - 21$       d)  $y = -3x - 1$
117. a)  $c \in ]-\infty, 7[$       c)  $m \in ]-2, 2[$       e)  $c \in ]-\infty, -3[$       g)  $m \in ]0, 1.5[$   
b)  $c \in ]12, \infty[$       d)  $m \in ]0, 3[$       f)  $c \in ]-\infty, -4[$       h)  $m \in ]\frac{2}{3}, 2[$
118. a) wahr      b) falsch      c) wahr      d) falsch      e) wahr      f) falsch      g) wahr      h) falsch
119. a)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \square & \boxtimes \end{array}$       b)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$       c)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$       d)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$
120. a)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       b)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \square & \boxtimes \end{array}$       c)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       d)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$
121. a)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \square & \boxtimes \end{array}$       b)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$       c)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$       d)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$
122. a)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       b)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \square & \boxtimes \end{array}$       c)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       d)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$
123. a)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       b)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       c)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \square & \boxtimes \end{array}$       d)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \square & \boxtimes \end{array}$
124. a)  $\begin{array}{cc} \square & \boxtimes \\ \boxtimes & \square \end{array}$       b)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \square & \boxtimes \end{array}$       c)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$       d)  $\begin{array}{cc} \boxtimes & \square \\ \boxtimes & \square \end{array}$

## 6.2 Die Parabel als geometrischer Ort

125. -

127.  $y = \frac{1}{4p}x^2$

128.  $F(u, \frac{1}{4a} + v)$ ,  $\ell : y = -\frac{1}{4a} + v$  respektive  $F(-\frac{b}{2a}, c + \frac{1-b^2}{4a})$ ,  $\ell : y = c - \frac{1+b^2}{4a}$

129. a)  $F(0, \frac{1}{6})$ ,  $\ell : y = -\frac{1}{6}$   
 b)  $F(0, 5.25)$ ,  $\ell : y = 4.75$   
 c)  $F(-3, 0)$ ,  $\ell : y = -2$   
 d)  $F(1, \frac{17}{8})$ ,  $\ell : y = \frac{15}{8}$

131. a)  $y = -\frac{1}{12}(x - 4)^2 + 3$   
 b)  $y = \frac{1}{8}(x + 2)^2 + 2$

133. a)  $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{41}{2}$   
 b)  $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{57}{8}$

135.  $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5$

137. a)  $F(0, 2.5)$ ,  $\ell : y = -2.5$

b) Die reflektierten Strahlen verlaufen alle durch  $F$ .

c) Sie sind alle parallel zur Symmetrieachse der Parabel und damit auch parallel zu den ursprünglich eintreffenden Strahlen.

138. a)  $y = x - 2.5$

b)  $y = -x - 2.5$ ,  $(-5, 2.5)$

c)  $(0, -2.5)$

d) Tangente:  $y = -1.2x - 3.6$ ,

dazu senkrechte Tangente mit Berührungs punkt:  $y = \frac{5}{6}x - \frac{125}{72}$ ,  $(\frac{25}{6}, \frac{125}{72})$ ,Schnittpunkt der Tangenten:  $(-\frac{11}{12}, -2.5)$ 

e) Sie liegen alle auf der Leitgeraden.

139.  $(0, 2)$

140.  $(0, 1)$

141.  $(0, 2.25)$

142.  $(0, 1.5)$

143.  $y_1$ : Schnittpunkte  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$ , Mittelpunkt  $(1, 0.5)$  $y_2$ : Schnittpunkte  $(-2, 1)$ ,  $(4, 4)$ , Mittelpunkt  $(1, 2.5)$  $y_3$ : Schnittpunkte  $(-4, 4)$ ,  $(6, 9)$ , Mittelpunkt  $(1, 6.5)$  $y_4$ : Schnittpunkte  $(-6, 9)$ ,  $(8, 16)$ , Mittelpunkt  $(1, 12.5)$  $y$ : Schnittpunkte  $(1 - \sqrt{4c + 1}, \frac{1}{2}(1 - \sqrt{4c + 1}) + c)$ ,  $(1 + \sqrt{4c + 1}, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{4c + 1}) + c)$ , Mittelpunkt  $(1, c + \frac{1}{2})$ 144.  $P(p, p^2)$ ,  $Q(q, q^2)$ , Gerdengleichung  $y = mx + c$  durch  $P$  und  $Q$  liefert ein  $2 \times 2$ -Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} p^2 &= mp + c \\ q^2 &= mq + c \end{aligned} \Rightarrow p^2 - q^2 = m(p - q) \Rightarrow m = p + q, \quad p^2 = p^2 + pq + c \Rightarrow c = -pq$$

### 6.3 Anwendungen

145. a)  $x_{\min} = 3, y_{\min} = 4$   
 $x_{\max} = 1 \wedge 5, y_{\max} = 6$
- b)  $x_{\min} = 2, y_{\min} = 4.5$   
 $x_{\max} = -1, y_{\max} = 12$
- c)  $x_{\min} = 3, y_{\min} = 4$   
 $x_{\max}$  existiert nicht
- d)  $x_{\min} = 3, y_{\min} = 4$   
 $x_{\max}$  existiert nicht
146. a)  $x_{\min} = 0, y_{\min} = -7$   
 $x_{\max} = 2, y_{\max} = 1$
- b)  $x_{\min} = -3, y_{\min} = -49$   
 $x_{\max} = 2, y_{\max} = 1$
- c)  $x_{\min}$  existiert nicht  
 $x_{\max} = 2, y_{\max} = 1$
- d)  $x_{\min}$  existiert nicht  
 $x_{\max} = 2, y_{\max} = 1$
147. a) Minimumsstelle:  $x = 2$ ,  
Minimum:  $y = -100$
- b) Maximumsstelle:  $x = -1.5$ ,  
Maximum:  $y = \frac{75}{16}$
- c) Minimumsstelle:  $x = -5$ ,  
Minimum:  $y = -\frac{1}{2}$
- d) Maximumsstelle:  $x = -4$ ,  
Maximum:  $y = 2$
148. a) Maximumsstelle:  $x = 1$ ,  
Maximum:  $y = 50$
- b) Minimumsstelle:  $x = -2.5$ ,  
Minimum:  $y = -1.8$
- c) Minimumsstelle:  $x = -6$ ,  
Minimum:  $y = -4$
- d) Maximumsstelle:  $x = -1.5$ ,  
Maximum:  $y = 5$
149. a) Minimumsstelle:  $x = 1$ ,  
Minimum:  $y = \frac{235}{64}$
- b) Maximumsstelle:  $x = 1$ ,  
Maximum:  $y = 10$
- c) Minimumsstelle:  $x = 3$ ,  
Minimum:  $y = -\frac{8}{3}$
- d) Maximumsstelle:  $x = 4$ ,  
Maximum:  $y = 3.8$
150. a) Minimumsstelle:  $x = -2$ ,  
Minimum:  $y = -\frac{125}{64}$
- b) Maximumsstelle:  $x = -1$ ,  
Maximum:  $y = 4.23$
- c) Minimumsstelle:  $x = -2$ ,  
Minimum:  $y = -3.92$
- d) Maximumsstelle:  $x = 1$ ,  
Maximum:  $y = \frac{21}{8}$
151. ①-C, ②-E, ③-D, ④-A, ⑤-B
152. ①-D, ②-C, ③-E, ④-B, ⑤-A
153. a) 1.65 m                                   c) 8.75 m
- b) 19.6 m   d) 4.7 m
154. a) 1.75 m                                   c) 7.1 m
- b) 15.9 m   d) 5.3 m
155.  $f(x) = -0.06x^2 + 0.8x + 1.6$
156.  $f(x) = -0.05x^2 + 0.9x + 1.8$
157. a) 1.8 m                                   c) nein
- b) 42.09 m
158. a)  $f(x) = -0.0472(x - 25)^2 + 31$
- b) 49.7 m
159. a) 4 m   c) 2.45 m
- b) 0.1 m
- c) 16 m
- d) 8 m
160. a) 20 m                                   c) 8 m oder 12 m
- b) 5 m
161.  $f(x) = -\frac{1}{24}x^2 + x$
162.  $f(x) = -\frac{2}{225}x^2$

163. a)  $y = 0.0006x^2$   
      b) 47.04 m  
      c) 120 m  
      d) 90 m
164.  $f(x) = \frac{1}{375}(x - 75)^2$
165. a) 2.2 m  
      b) ja
166. a)  $y = -0.8x^2$   
      b) < 2.952 m  
      c) ja, sehr knapp
167. a) Fr. 19.20 bis Fr. 64.80,  
      Maximum bei Fr. 42.–  
      b) Bei ansteigendem Preis sinkt die Nachfrage.
168. a)  $f(x) = -6(x - 220)^2 + 117\,600$ ,  
      360 Einheiten  
      b) 170 Einheiten
169. a)  $f(x) = -\frac{1}{6}(x - 3)^2 + 1.5$   
      b) Ja
170. a)  $f(x) = -\frac{1}{12}(x - 6)^2 + 3$   
      b)  $2\bar{6}$  m
171. Zahlenpaar 2 und -2, Produkt -4
172. Zahlenpaar -3.5 und 3.5, Produkt -12.25
173. Zahlenpaar -3 und 3, halbes Produkt -4.5
174. -4.5 und 4.5, Produkt -6.75
175.  $(\frac{1}{8}, -\frac{1}{2})$ , Produkt  $-\frac{1}{16}$
176. (1, 2), Produkt 2
177. (-1, 1), Minimum 2
178. (2, -2), Minimum 8
179.  $(\frac{3}{8}, \frac{1}{8})$ , Maximum  $\frac{1}{8}$
180.  $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$ , Minimum  $-\frac{16}{3}$
181. Seitenlängen: 5.25 cm (Quadrat)  
      Flächeninhalt:  $27.5625 \text{ cm}^2$
182. Seitenlängen 16.5 cm (Quadrat)  
      Flächeninhalt:  $272.25 \text{ cm}^2$
183. Länge 30 cm, Breite 25 cm, Höhe 15 cm,  
      Oberflächeninhalt  $3150 \text{ cm}^2$
184. Grundkante 15 cm, Höhe 30 cm,  
      Oberfläche  $2700 \text{ cm}^2$
185.  $\frac{100}{\pi} \text{ m} \approx 31.83 \text{ m}$
186.  $\frac{200}{\pi} \text{ m} \approx 63.66 \text{ m}$
187. senkrecht zur Hauswand 6.25 m, parallel zur Hauswand 12.5 m
188. senkrecht zur Garagenwand 10.5 m, parallel zur Garagenwand 21 m
189. anschliessend an den Velounterstand 2.5 m,  
      parallel zur Garagenwand 5 m
190. je 6 m
191.  $a = 3.75 \text{ cm}$ ,  $b = 11.25 \text{ cm}$
192.  $x = 7 \text{ cm}$ ,  $A = 196 \text{ cm}^2$
193. 8.75 cm
194. 18.25 cm
195. 24 cm hoch, 32 cm lang
196. 6 cm lang und 7.5 cm hoch
197. 83.4 cm lang und 69.5 cm breit
198. je 75 cm
199. (1.25, 2.5)
200. (3, 1.5)
201.  $-\frac{4}{3}$
202. 1
203.  $C(3.5, 2.25)$ , Flächeninhalt 10.125
204.  $C(24, 5.2)$ , Flächeninhalt 135.2
205.  $C(1, 8)$ ,  $u = 20$
206.  $C(2, 2)$ ,  $u = 12$
207.  $u = 2$ ,  $\overline{PQ} = 4$
208.  $u = \frac{1}{2}$ ,  $\overline{PQ} = \frac{47}{12}$

## 7 Potenzen

### 7.1 Potenzen mit natürlichen Exponenten

1. ①-D, ②-C, ③-A, ④-B

3. a) 81  
b) -64

d)  $-\frac{1}{64}$   
e) 0

c) 343  
f)  $-\frac{8}{125}$

5. a) -1 000 000  
b) 256  
c) 1024

d) 4096  
e) 0.0081  
f) -216

7. a)  $2^{81}$   
b)  $5^{1024}$   
c)  $2^4$

d)  $2^{12}$   
e)  $2^{64}$   
f)  $1^8$

9. a)  $2^6$   
b)  $3^4$   
c)  $7^3$

d)  $2^8$   
e)  $6^3$   
f)  $13^2$

11. a) 382  
b) -49  
c) 0

d) 4096  
e) 243  
f) 729

13. a)  $-\frac{32}{243}$   
b) 97  
c) 25

d)  $\frac{625}{81}$   
e) 0.0256  
f) 0

15. a)  $a^{15}$   
b)  $x^{11}$

c) nicht möglich  
d)  $6^m$

17. a)  $7^{4n-16}$   
b)  $18a^7$   
c)  $37^{3+n}$

d)  $a^2 - 8a + 16$   
e)  $16a^4$   
f) 1

19. a)  $a^2 + 10a + 25$   
b)  $169a^4b^2c^8$   
c)  $4a^2 + 3$

d) 16  
e)  $-27a^6b^3c^3$   
f)  $9a^3$

21. ①-B, ②-F, ③-G, ④-E, ⑤-D, ⑥-A, ⑦-C  
23.  $27x^9 - 1$

2. ①-C, ②-D, ③-A, ④-B

4. a)  $\frac{9}{49}$   
b) -32

c)  $\frac{1}{81}$   
d) 1  
e) -256  
f) -512

6. a) 27  
b) 1 000 000  
c) 81  
d) 625  
e) -27  
f) -0.343

8. a)  $3^{16}$   
b)  $3^{25}$   
c)  $0^{169}$   
d)  $5^9$   
e)  $6^{64}$   
f)  $3^{1024}$

10. a)  $3^6$   
b)  $5^5$   
c)  $3^5$   
d)  $5^3$   
e)  $2^{11}$   
f)  $5^4$

12. a) -16  
b) 729  
c) 256  
d) 64  
e) -616  
f) -32

14. a)  $\frac{81}{16}$   
b) -431  
c) 27  
d)  $\frac{3125}{32}$   
e) 45  
f) -1.44

16. a) nicht möglich  
b)  $5^n$   
c)  $b^{3n}$   
d)  $5^n$   
e)  $a + 6$   
f)  $125a^6b^3c^3$

18. a) -1  
b)  $13^{8n+26}$   
c)  $8a^5$   
d)  $5^{3n-9}$   
e)  $a + 6$   
f)  $125a^6b^3c^3$

20. a)  $3x^3$   
b)  $18a^6$   
c)  $a^2 - 12a + 36$   
d)  $-8a^6b^9c^{12}$   
e)  $-4a^2$   
f)  $49a^2b^2c^4$

22. ①-E, ②-C ③-D, ④-F, ⑤-B, ⑥-G, ⑦-A  
24.  $\frac{12x^5 - 4x^2 - 1}{64}$

## 7.2 Potenzen mit ganzen Exponenten

25. a)  $\frac{1}{2025}$       d)  $\frac{1}{256}$       26. a)  $\frac{1}{625}$       d)  $-\frac{1}{216}$   
 b)  $\frac{1}{49}$       e)  $-\frac{1}{1024}$       b)  $\frac{1}{256}$       e) nicht definiert  
 c)  $-\frac{1}{128}$       f)  $-\frac{1}{64}$       c)  $\frac{1}{27}$       f)  $\frac{1}{10\,000}$
27. a)  $\frac{1}{64}$       d)  $\frac{1}{10\,000}$       28. a)  $-\frac{1}{25}$       d)  $\frac{1}{81}$   
 b)  $\frac{1}{729}$       e) 81      b) 512      e)  $-\frac{1}{361}$   
 c)  $-256$       f)  $-\frac{1}{324}$       c)  $\frac{1}{36}$       f) 2025
29. a)  $\frac{10\,000}{81}$       d)  $\frac{16}{25}$       30. a)  $-\frac{8}{27}$       d)  $\frac{125}{729}$   
 b)  $\frac{64}{27}$       e)  $\frac{9}{25}$       b)  $\frac{81}{16}$       e)  $\frac{125}{27}$   
 c)  $-\frac{8000}{729}$       f)  $-\frac{343}{8}$       c) 25      f)  $-\frac{32}{243}$
31. a)  $3^{-2}$       e)  $6^{-3}$       32. a)  $10^{-3}$       e)  $3^{-6}$   
 b)  $2^{-3}$       f)  $2^{-6}$       b)  $2^{-11}$       f)  $2^{-7}$   
 c)  $5^{-3}$       g)  $2^{-1}$       c)  $3^{-5}$       g)  $7^{-2}$   
 d)  $3^{-3}$       h)  $2025^{-1}$       d)  $50^{-1}$       h)  $5^{-4}$
33. a)  $\frac{1}{32}$       d)  $\frac{1}{9}$       34. a)  $\frac{1}{125}$       d)  $\frac{1}{625}$   
 b) 27      e)  $\frac{1}{144}$       b)  $-\frac{1}{343}$       e)  $\frac{1}{64}$   
 c)  $\frac{1}{121}$       f)  $\frac{-1}{256}$       c) 729      f) 4
35. a)  $\frac{1}{4096}$       d) 1      36. a)  $\frac{1}{4}$       d)  $\frac{16}{81}$   
 b) 0      e)  $\frac{1}{36}$       b)  $\frac{1}{576}$       e)  $\frac{1}{7}$   
 c)  $-9$       f) 81      c)  $-\frac{1}{4096}$       f)  $\frac{1}{169}$
37. a) 64      d)  $\frac{1}{10\,000}$       38. a) 625      d)  $-1$   
 b)  $\frac{1}{343}$       e) 8      b)  $-128$       e) 1  
 c)  $\frac{1}{100}$       f)  $-\frac{1}{9}$       c)  $\frac{1}{9}$       f) 3
39. 

$3^7$	$3^2$	$3^6$	$3^{-5}$
$3^{-4}$	$3^5$	$3^1$	$3^8$
$3^{-3}$	$3^4$	$3^0$	$3^9$
$3^{10}$	$3^{-1}$	$3^3$	$3^{-2}$
40. 

$5^2$	$5^{-3}$	$5^1$	$5^{-10}$
$5^{-9}$	$5^0$	$5^{-4}$	$5^3$
$5^{-8}$	$5^{-1}$	$5^{-5}$	$5^4$
$5^5$	$5^{-6}$	$5^{-2}$	$5^{-7}$
41. a)  $-8$       42. a) 1      43. a)  $2^{3a-6}$       44. a)  $11^{-5a+5}$   
 b) 7      b)  $-9$       b)  $6^{17a-5}$       b)  $4^{-5a+5}$   
 c)  $-1$       c)  $-1$       c)  $4^{-a-6}$       c)  $7^{-10a}$
45. a)  $-3$       46. a)  $\frac{5}{2}$       47. a) 1      48. a)  $\frac{5}{2}$   
 b)  $-1$       b)  $-\frac{1}{8}$       b)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{9}{16}$   
 c)  $\mathbb{Z}$       c)  $\{\}$       d)  $\frac{27}{64}$

49. a)  $\frac{1}{243}$   
b)  $\frac{9}{16}$

c)  $-\frac{81}{256}$   
d)  $\frac{27}{64}$

51. a)  $a^4$   
b)  $\frac{1}{b^2}$   
c)  $\frac{1}{b}$

d)  $\frac{1}{3^{4x}}$   
e)  $\frac{1}{27}$   
f)  $a^3$

53. a) 16  
b) 1  
c)  $\frac{21}{x^2} - 2$

d)  $\frac{9}{4}$   
e) 0  
f)  $\frac{1}{a^6} - \frac{1}{a^8}$

55. a)  $4 + 4x^{-2} + x^{-4}$   
b)  $4x^{-4} - 4x^{-6} + x^{-8}$   
c)  $x^2 + 2 + x^{-2}$   
d)  $25 - 10x^{-5} + x^{-10}$   
e)  $4x^{-6} - 12x^{-3}y^2 + 9y^4$   
f)  $1 - 2x^{-2} + x^{-4}$

57. a) -8  
b) -2  
c) -6

58. a) 3, -1  
b) 9  
c) -2, -5

61. a)  $\frac{a^2}{9b^2}$   
b)  $\frac{c^6}{14a^2b^8}$   
c)  $\frac{a^8}{a^4b^2c^2}$

d)  $\frac{2x^2y^3}{15}$   
e)  $\frac{b^2}{9a^4}$   
f)  $\frac{125y^{15}}{x^9z^3}$

63. ①-E, ②-B, ③-A, ④-C, ⑤-D

65.  $\frac{9261z^3}{125\,000y^{24}}$

50. a)  $\frac{343}{27}$   
b)  $-\frac{9}{4}$

52. a)  $\frac{1}{a^8}$   
b)  $\frac{1}{36}$   
c)  $\frac{1}{12^{2x}}$

54. a)  $\frac{9}{x^2} + 3x^8$   
b)  $-\frac{1}{16}$   
c) -1

56. a)  $x^{-6} - 2x^{-3}y^{-6} + y^{-12}$   
b)  $9x^{-2} + 42x^{-1}y^{-5} + 49y^{-10}$   
c)  $9 + 6x^{-3} + x^{-6}$   
d)  $x^2 - 2xy^{-4} + y^{-8}$   
e)  $x^{-4} - 2x^{-2}y^{-2} + y^{-4}$   
f)  $x^{-2} + y^{-2} + 2x^{-1}y^{-1}$

57. a) falsch  
b) wahr  
c) falsch

62. a)  $\frac{64a^6}{c^3}$   
b)  $\frac{26a^7c}{b}$   
c)  $\frac{25}{144x^8z^4}$

64. ①-E, ②-C, ③-A, ④-D, ⑤-B

66.  $\frac{-b^{19}}{6048a^{30}c^{10}}$

### 7.3 Wurzeln

	a)	b)
Radikand	4096	343
Wurzelexponent	12	3
Bezeichnung	$\sqrt[12]{1024}$	$\sqrt[3]{343}$
Resultat	2	7

69. a) 2  
b) 1  
c) 4

d) nicht definiert  
e) -5  
f) 100

71. a) 5  
b) -2  
c) 3

d) 23  
e) 100  
f) 2

	a)	b)
Radikand	625	729
Wurzelexponent	4	6
Bezeichnung	$\sqrt[4]{625}$	$\sqrt[6]{729}$
Resultat	5	3

70. a) 4  
b) 0  
c) 3

72. a) nicht definiert  
b) 6  
c) 1000

d) 3  
e) 10  
f) 3

d) 26  
e) 7  
f) nicht definiert

- |                                   |                                       |                      |                   |
|-----------------------------------|---------------------------------------|----------------------|-------------------|
| 73. a) $\frac{3}{5}$              | d) $\frac{1}{5}$                      | 74. a) $\frac{1}{2}$ | d) $\frac{3}{10}$ |
| b) $\frac{3}{4}$                  | e) $\frac{5}{6}$                      | b) $\frac{3}{5}$     | e) $\frac{4}{3}$  |
| c) $\frac{1}{20}$                 | f) $\frac{1}{100}$                    | c) $\frac{1}{2}$     | f) $\frac{1}{5}$  |
| 75. a) 16 und 17                  | d) 3 und 4                            | 76. a) 13 und 14     | d) 2 und 3        |
| b) 4 und 5                        | e) 2 und 3                            | b) 10 und 11         | e) 8 und 9        |
| c) 5 und 6                        | f) 4 und 5                            | c) 6 und 7           | f) 2 und 3        |
| 77. a) 3                          | d) $\frac{5}{3}$                      | 78. a) 6             | d) $\sqrt[3]{3}$  |
| b) 9                              | e) 2                                  | b) 2                 | e) 8              |
| c) 5                              | f) 4                                  | c) $\frac{2}{5}$     | f) 10             |
| 79. a) $\sqrt[3]{91}$             | 80. a) $\sqrt[3]{192}$                |                      |                   |
| b) wahr                           | b) $\sqrt[3]{17}$                     |                      |                   |
| c) nicht definiert                | c) wahr                               |                      |                   |
| 81. a) $3\sqrt[3]{5} + 4\sqrt{2}$ | 82. a) $4\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[5]{25}$ |                      |                   |
| b) $22\sqrt[3]{4}$                | b) $32\sqrt[3]{2}$                    |                      |                   |
| 83. $576\sqrt[3]{49}$             | 84. $16\sqrt{13}$                     |                      |                   |

## 7.4 Potenzen mit rationalen Exponenten

- |                          |                      |                         |                       |
|--------------------------|----------------------|-------------------------|-----------------------|
| 85. a) $\sqrt[5]{4}$     | d) $\sqrt[3]{7}$     | 86. a) $\sqrt[5]{128}$  | d) $\sqrt[6]{2}$      |
| b) $\sqrt[4]{5}$         | e) $\sqrt{1000}$     | b) $\sqrt[3]{81}$       | e) $\sqrt[3]{32}$     |
| c) $\sqrt[3]{36}$        | f) $\sqrt[3]{243}$   | c) $\sqrt[4]{3}$        | f) $\sqrt[4]{512}$    |
| 87. a) $\sqrt[4]{8}$     | d) $\sqrt[10]{2048}$ | 88. a) $\sqrt[5]{2401}$ | d) $\sqrt[3]{49}$     |
| b) $\sqrt[4]{125}$       | e) 1                 | b) $\sqrt[3]{128}$      | e) $\sqrt[4]{216}$    |
| c) $\sqrt[3]{123}$       | f) $\sqrt[20]{512}$  | c) $\sqrt{134}$         | f) $\sqrt[3]{625}$    |
| 89. a) $a^{\frac{5}{4}}$ | d) $\frac{1}{b}$     | 90. a) $\frac{3}{2}$    | d) $\frac{1}{10}$     |
| b) $\frac{1}{3}$         | e) $\frac{c}{b}$     | b) $a^2$                | e) $a^{-\frac{5}{2}}$ |
| c) 8                     | f) $-2a^2$           | c) $\frac{3}{4}$        | f) b                  |
| 91. a) 19                | d) 9                 | 92. a) 17               | d) 243                |
| b) 3                     | e) 2197              | b) 3                    | e) 25                 |
| c) 4                     | f) 3375              | c) 3                    | f) 128                |
| 93. a) $\frac{1}{16}$    | d) $\frac{1}{243}$   | 94. a) $\frac{1}{14}$   | d) $\frac{1}{512}$    |
| b) 10                    | e) 2187              | b) 1000                 | e) 243                |
| c) $\frac{1}{3}$         | f) $\frac{1}{1728}$  | c) $\frac{1}{5}$        | f) $\frac{1}{256}$    |
| 95. a) $\frac{1}{3}$     | d) $\frac{1}{128}$   | 96. a) $\frac{1}{5}$    | d) $\frac{1}{81}$     |
| b) $\frac{3}{2}$         | e) $\frac{3}{5}$     | b) $\frac{10}{9}$       | e) $\frac{3}{4}$      |
| c) $\frac{5}{6}$         | f) $\frac{5}{6}$     | c) $\frac{1}{4}$        | f) $\frac{5}{2}$      |

97. a)  $\frac{1}{8}$   
b)  $\frac{1}{5}$   
c)  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{3}{2}$   
e)  $\frac{5}{2}$   
f) 20

99. a)  $32^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{5}{6}}$   
b)  $1024^{\frac{1}{4}} = 4^{\frac{5}{4}}$   
c)  $5^{\frac{1}{4}}$

d)  $3^{-\frac{9}{2}}$   
e)  $5^{\frac{1}{2}}$   
f)  $3^{-3}$

101. a) 12  
b)  $3^{\frac{1}{6}}$   
c) 16

d) 3  
e)  $5^{\frac{1}{14}}$   
f) 5

103. a) 1  
b)  $a^{\frac{17}{12}}$   
c)  $a^{\frac{2}{5}}$

d)  $a^{-\frac{3}{4}}$   
e) 1  
f)  $a^6$

105. ①-②-④-⑥, ③-⑤-⑦-⑧

107. a) 11  
b) 12  
c) 21

108. a) -20  
b) 31  
c) 15

111. a)  $\sqrt[25]{5}$   
b)  $\sqrt[3]{12}$

c)  $\sqrt[8]{8}$   
d)  $\sqrt[8]{5}$

113.  $\frac{y^{\frac{17}{10}}z^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{9}{4}}}$

98. a) 3  
b)  $\frac{5}{6}$   
c)  $\frac{2}{3}$

100. a)  $9^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$   
b)  $625^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{4}{3}}$   
c)  $512^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{3}{2}}$

102. a)  $4^{-13.8}$   
b) 1  
c) 2

104. a)  $a$   
b)  $a^{\frac{1}{12}}$   
c)  $a^{\frac{1}{12}}$

106. ①-④-⑤-⑦-⑧, ②-⑥, ③

109. a) -2  
b) 731  
c)  $\frac{216}{5}$

112. a)  $\sqrt[9]{3}$   
b)  $\sqrt[3]{2}$

114.  $\frac{x^{\frac{19}{20}}z^{\frac{1}{8}}}{y^{\frac{1}{2}}}$

## 7.5 Potenzgleichungen

115. a) 5  
b)  $\pm \frac{1}{14}$   
c)  $\pm 19$

d)  $\frac{1}{3}$   
e)  $\pm 6$   
f) keine Lösung

117. a)  $\frac{243}{2}$   
b)  $-\sqrt[3]{2} = -2^{\frac{1}{3}}$

c)  $\frac{81}{625}$   
d) 85

119. a)  $\pm 3$   
b) -3

c) keine Lösung  
d)  $\frac{4}{3}$

121. a)  $-\frac{2}{3}, 4$   
b) 5

c) keine Lösung  
d)  $\frac{1}{1296}$

116. a)  $\pm 3$   
b) -2  
c) 7

118. a)  $\frac{1}{9}$   
b) 2

120. a) 4  
b)  $\pm 2$

122. a) keine Lösung  
b) 15

d) keine Lösung  
e)  $\pm \frac{1}{5}$   
f)  $\frac{1}{4}$

c) 206  
d)  $\frac{256}{2401}$

c) -2  
d)  $\pm \sqrt{2}$

c)  $\frac{1}{81}$   
d)  $-\frac{29}{20}$

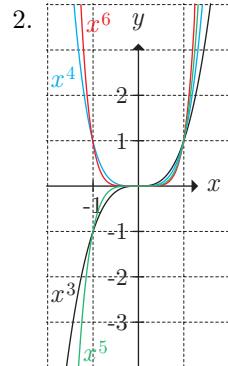
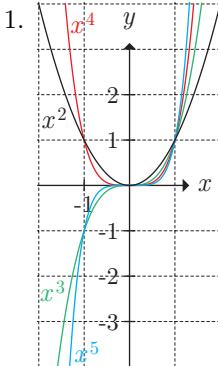
123. a)  $\frac{2}{3}$       d)  $\frac{80}{3}$       124. a)  $-2$       d)  $68$   
 b)  $\frac{5}{3}$       e)  $-1$       b)  $2$       e)  $-\frac{1}{2}$   
 c)  $-2$       f)  $-\frac{1}{2}$       c)  $\frac{2}{3}$       f)  $\frac{3}{4}$
125. a)  $3$       d)  $-4$       126. a)  $-2$       d)  $\frac{3}{4}$   
 b)  $-1$       e)  $-\frac{4}{9}$       b)  $\frac{2}{7}$       e)  $-\frac{3}{11}$   
 c)  $-\frac{6}{7}$       f)  $-\frac{9}{5}$       c)  $\frac{1}{3}$       f)  $\frac{5}{8}$
127. a)  $2,3$   
 b)  $0,1$
129.  $r = 6 \text{ cm}$
131.  $\frac{15}{7}, \frac{53}{21}$
128. a)  $0,2$   
 b)  $-4,-1$
130.  $r = h = 9 \text{ cm}$
132.  $\frac{\sqrt{2}-12}{8}, \frac{-\sqrt{2}-12}{8}$

## 7.6 Potenzen mit reellen Exponenten

133. ①-D, ②-C, ③-B, ④-A
135. a)  $9$       d)  $1024$
137. a)  $625^{\sqrt{7}}$   
 b)  $1$   
 c)  $12^{\sqrt{11}}$   
 d)  $(\frac{3}{7})^{2\sqrt{2}}$   
 e)  $\sqrt{4}^{-3\sqrt{3}} = 2^{3\sqrt{3}} = 8^{\sqrt{3}}$   
 f)  $5^{2\sqrt{3}} = 25^{\sqrt{3}}$
139. a)  $1$   
 b)  $2^{\sqrt{5}}$   
 c)  $(\frac{4}{7})^{2\sqrt{2}} = (\frac{16}{49})^{\sqrt{2}}$   
 d)  $(\frac{2}{3})^{2\sqrt{5}} = (\frac{4}{9})^{\sqrt{5}}$   
 e)  $3^5 \sqrt[3]{5} = 243 \sqrt[3]{5}$   
 f)  $\sqrt{3}^{3\sqrt{3}}$
141. a)  $16$       c)  $8^{\sqrt{2}}$
143.  $9261$
134. ①-A, ②-D, ③-B, ④-C
136. a)  $32$       d)  $27$
138. a)  $(\frac{4}{7})^{\sqrt{3}}$   
 b)  $13^{\sqrt{14}}$   
 c)  $(\frac{8}{11})^{\sqrt{3}}$   
 d)  $\sqrt{3}^{3\sqrt{6}}$   
 e)  $2^{4\sqrt{5}}$   
 f)  $3^\pi$
140. a)  $4^3 \sqrt[4]{7} = 64^{\sqrt[4]{7}}$   
 b)  $(\frac{9}{5})^{2\sqrt{7}} = (\frac{81}{25})^{\sqrt{7}}$   
 c)  $1$   
 d)  $\sqrt{2}^{2\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}}$   
 e)  $(\frac{7}{8})^{7\sqrt{7}}$   
 f)  $6^{2\sqrt{2}} = 36^{\sqrt{2}}$
142. a)  $81$       c)  $\pi^{-\sqrt{241}}$   
 b)  $25^{\sqrt{3}}$
144.  $\sqrt{13}^{4\sqrt{3}}$

## 8 Potenzfunktionen

### 8.1 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten



3. a: 3, b: 5, c: 3, d: 4, e: 5, f: 8, g: 8, h: 4

5. a)  $A: 64, B: 3, C: -3, D: 0.5$

b)  $A: 16, B: \frac{1}{625}, C: \frac{1}{625}, D: \pm 3$

7. a)  $n = 3$

d) -

b)  $n = 3$

e)  $n$  gerade

c)  $n \geq 5$

f)  $n$  ungerade

9. a)  $n \geq 7$

c) 1, 3, 5

b) 2, 4, 6

11. a) 11, 13, 15, ...

c) 10, 12, 14, ...

b)  $n \leq 9$

13. a)  $y = \frac{1}{8}x^4 - 6$

c)  $y = \frac{1}{27}x^5 + 1$

b)  $y = \frac{1}{9}x^3 + 5$

d)  $y = 8x^4 - \frac{1}{4}$

15. a)  wahr  falsch

wahr falsch

b)  wahr  falsch

wahr falsch

c)  wahr  falsch

wahr falsch

d)  wahr  falsch

wahr falsch

4. a: 5, b: 7, c: 2, d: 4, e: 5, f: 7, g: 4, h: 2

6. a)  $A: 81, B: \pm 7, C: -, D: 0.01$

b)  $A: -1, B: 2, C: -32, D: -\frac{1}{2}$

8. a)  $n = 3$

d) -

b) -

e)  $n$  ungerade

c)  $n \leq 6$

f)  $n$  gerade

10. a) 1, 3, 5, 7, 9, 11

c) 2, 4, 6, 8, 10

b)  $n \geq 12$

12. a)  $n \leq 4$

c) 5, 7, 9, ...

b) 6, 8, 10, ...

14. a)  $y = \frac{1}{2}x^3 + 7$

c)  $y = \frac{1}{4}x^3 - 3$

b)  $y = 8x^4 + \frac{3}{2}$

d)  $y = \frac{1}{16}x^3 + 3$

16. a)  wahr  falsch

wahr falsch

b)  wahr  falsch

wahr falsch

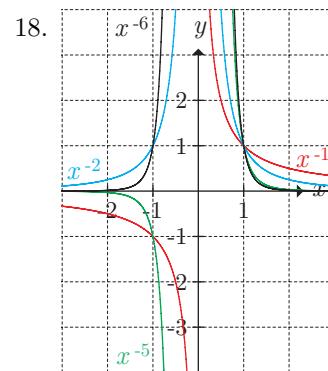
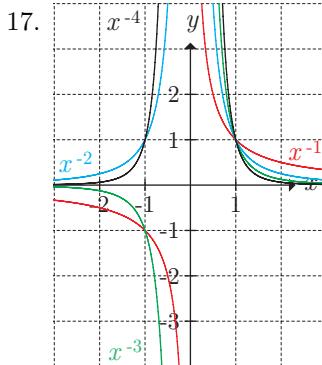
c)  wahr  falsch

wahr falsch

d)  wahr  falsch

wahr falsch

## 8.2 Potenzfunktionen mit ganzen Exponenten



19. a: -9, b: -5, c: -9, d: -5, e: -4,  
f: -2, g: -2, h: -4

21. a)  $A: \frac{1}{4}, B: \frac{1}{7}, C: -6, D: 8$   
b)  $A: \frac{1}{16}, B: 256, C: \pm 3, D: -$

23. a)  $0 < x < 1$                                   d)  $n \geq 5$   
b)  $n$  gerade                                        e)  $n \in \mathbb{N} \setminus \{2, 4, 6\}$   
c)  $n = 2$     f)  $n$  gerade

20. a: -5, b: -1, c: -8, d: -5, e: -2,  
f: -1, g: -2, h: -8

22. a)  $A: \frac{1}{36}, B: 25, C: \pm \frac{1}{6}, D: \pm \frac{3}{2}$   
b)  $A: \frac{1}{27}, B: -2, C: 216, D: \frac{1}{4}$

24. a)  $x \geq 1$     d)  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$   
b)  $n$  ungerade                                        e)  $n \in \mathbb{N} \setminus \{2, 4\}$   
c)  $n = 4$     f)  $n$  ungerade

## 8.3 Die Umkehrfunktion

25. a) nein    c) ja    26. a) nein    c) nein  
b) nein    d) nein    b) ja    d) nein

27. a) Eher nicht bijektiv, da teilweise mehrere Mäntel am selben Haken hängen oder Nummern nicht belegt werden.  
b) Nicht bijektiv, da verschiedene Sorten gleich teuer sein können.  
c) Bijektiv, wenn das Parkhaus besetzt ist, sonst nicht.  
d) Per Definition bijektiv

28. a) Nicht bijektiv, da es verschiedene Bücher mit gleicher Seitenanzahl gibt.  
b) Ja, wenn nur die AHV-Nummern der lebenden Schweizerinnen betrachtet werden.  
c) Nicht bijektiv, da es mehr als vier Menschen gibt.  
d) Nicht bijektiv, da z. B. 2 und -2 dieselbe Quadratzahl ergeben.

29. a)  $f^{-1}$  halbiert das Argument:  $y = \frac{x}{2}$   
b)  $f^{-1}$  verdreifacht das Argument:  $y = 3x$   
c)  $f^{-1}$  verkleinert das Argument um 8:  $y = x - 8$   
d)  $f^{-1}$  erhöht das Argument um 2 und fünftelt es dann:  $y = (x + 2) : 5$   
e)  $f^{-1}$  zieht vom Argument 3 ab und erzeugt davon dann die Gegenzahl:  $y = -(x - 3)$

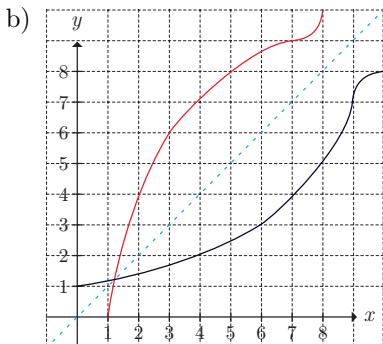
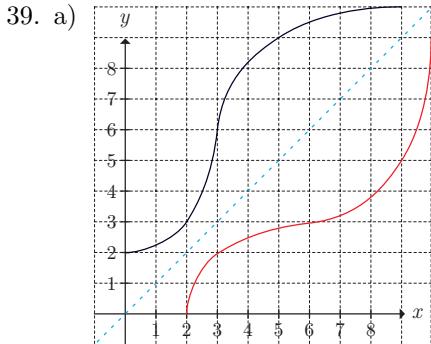
30. a)  $f^{-1}$  vervierfacht das Argument:  $y = 4x$   
 b)  $f^{-1}$  teilt das Argument durch 8:  $y = \frac{x}{8}$   
 c)  $f^{-1}$  vergrößert das Argument um 7:  $y = x + 7$   
 d)  $f^{-1}$  verkleinert das Argument um 5 und verdoppelt es nachher:  $y = (x - 5) \cdot 2$   
 e)  $f^{-1}$  addiert zum Argument 1 und erzeugt davon dann die Gegenzahl:  $y = -(x + 1)$

31. a)  $y = 4(x + 6)$       c)  $y = -\frac{x-3}{8}$       32. a)  $y = \frac{x-2}{4}$       c)  $y = -\frac{7}{2}(x + 4)$   
 b)  $y = \frac{3}{2}x$       d)  $y = -\frac{4}{3}(x + 5)$       b)  $y = \frac{4}{9}x$       d)  $y = \frac{x-\frac{1}{2}}{4}$

33. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ,  $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$   
 b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ,  $y = 4x - 19$   
 c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$ ,  $y = \sqrt{x}$   
 d)  $\mathbb{D} = [4, \infty[$ ,  $y = \sqrt{x-6} + 4$   
 e)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $y = \frac{2}{x-3}$   
 f)  $\mathbb{D} = [3, \infty[$ ,  $y = \left(\frac{x-7}{6}\right)^2 + 3 = \frac{x^2-14x+157}{36}$

35. a)  $\mathbb{D} = [2, \infty[$ ,  $y = \sqrt{-4(x-3)} + 2$   
 b)  $\mathbb{D} = [-5, \infty[$ ,  $y = \sqrt[4]{\frac{1}{3}(x+11)} - 5$   
 c)  $\mathbb{D} = [-1, \infty[$ ,  $y = \frac{1}{24}(x-7)^2 - 1$   
 d)  $\mathbb{D} = ]9, \infty[$ ,  $y = \sqrt{\frac{8}{x}} + 9$

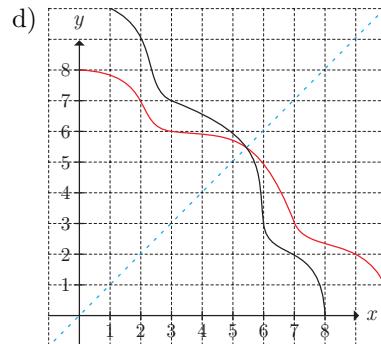
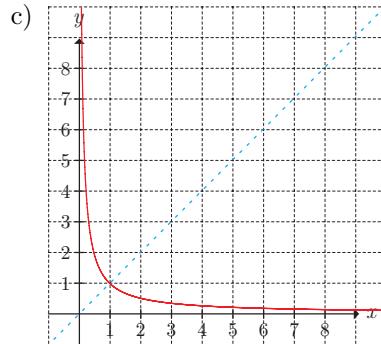
37. a) ja b) nein c) nein d) ja e) nein

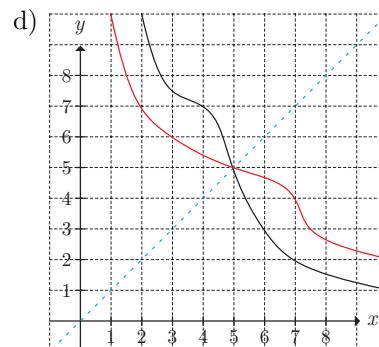
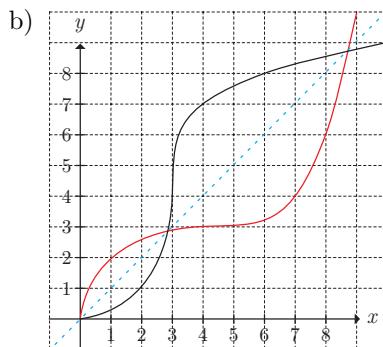
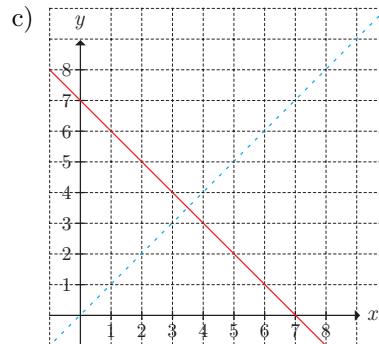
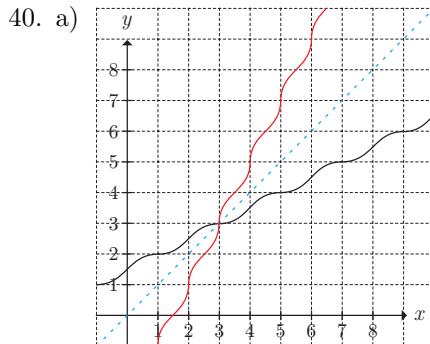


34. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ,  $y = 3x + 20$   
 b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ,  $y = \frac{1}{9}x - \frac{22}{9}$   
 c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$ ,  $y = x^2$   
 d)  $\mathbb{D} = [5, \infty[$ ,  $y = \frac{x^2}{9} + 5$   
 e)  $\mathbb{D} = [4, \infty[$ ,  $y = \sqrt{2(x-1)} + 4$   
 f)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $y = \frac{1}{2(x+4)}$

36. a)  $\mathbb{D} = [-6, \infty[$ ,  $y = \left(\frac{1}{2}(x+8)\right)^{\frac{1}{4}} - 6$   
 b)  $\mathbb{D} = ]1, \infty[$ ,  $y = \frac{1}{3}(5-x)^{-\frac{1}{2}} + 1$   
 c)  $\mathbb{D} = [-7, \infty[$ ,  $y = \sqrt[6]{8(x-9)} - 7$   
 d)  $\mathbb{D} = [2, \infty[$ ,  $y = \frac{1}{4}(x+3)^2 + 2$

38. a) ja b) nein c) ja d) nein e) nein





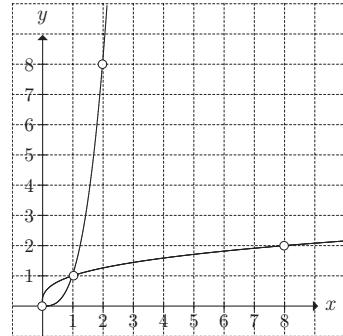
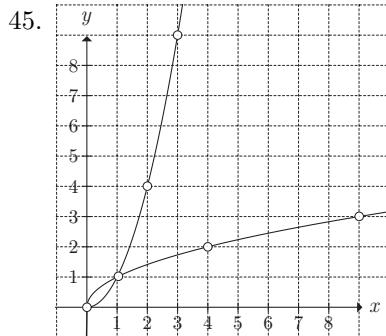
- |     |                                     |                                     |    |                                     |                          |
|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|----|-------------------------------------|--------------------------|
| 41. | wahr                                | falsch                              | c) | wahr                                | falsch                   |
| a)  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b)  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | d) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- |     |                                     |                                     |    |                                     |                          |
|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|----|-------------------------------------|--------------------------|
| 42. | wahr                                | falsch                              | c) | wahr                                | falsch                   |
| a)  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b)  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | d) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## 8.4 Potenzfunktionen mit gebrochenen Exponenten

43.  $f^{-1} : y = x^{\frac{1}{2}}, g^{-1} : y = x^{\frac{1}{5}}, h^{-1} : y = x^{\frac{1}{16}}$

44.  $f^{-1} : y = x^{\frac{1}{3}}, g^{-1} : y = x^{\frac{1}{4}}, h^{-1} : y = x^{\frac{1}{11}}$



47.  $a : y = \sqrt{x}, b : y = \sqrt[3]{x}, c : y = \sqrt[4]{x}, d : y = \sqrt[5]{x}$

$A(1, 1), B(4, 2), C(8, 2), D(9, 3), E(16, 2), F(16, 4), G(25, 5), H(27, 3), I(32, 2)$

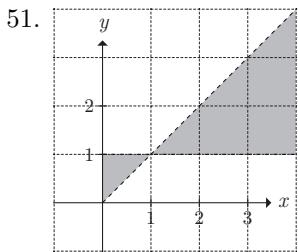
48.  $(0, 0) (f, g, h), (1, 1) (f, g, h), (64, 2) (f), (128, 2) (g), (256, 2) (h), (729, 3) (f)$

49.  $a : y = x^{0.1}, b : y = x^{0.4}, c : y = x^{0.9},$   
 $d : y = x^{\frac{2}{3}}, e : y = x^{0.9}, f : y = x^{1.1},$   
 $h : y = x^{\frac{3}{2}}, i : y = x^2$

Exponent von  $g$  liegt zw. 1.1 und 1.5.  
 Exakter Wert: 1.3

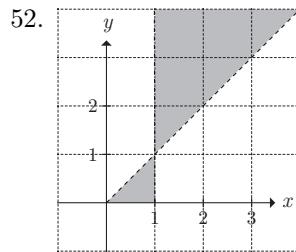
50.  $a : y = x^{\frac{1}{5}}, b : y = x^{\frac{3}{5}}, c : y = x^{\frac{3}{4}},$   
 $e : y = x^{1.1}, f : y = x^{\frac{5}{4}}, g : y = x^{\frac{4}{3}}$   
 $h : y = x^3, i : y = x^4$

Exakter Wert: 0.9



53.  $a : y = x^5, b : y = x^{-11}, c : y = x^{-3},$   
 $d : y = x^{-2}, e : y = x^{-\frac{1}{5}}, f : y = x^{\frac{1}{5}},$   
 $g : y = x^{\frac{1}{3}}, h : y = x^{\frac{10}{9}}$ . Zwischen  $d$  und  $e$

	wahr	falsch		wahr	falsch
55. a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



54.  $a : y = x^{\frac{3}{2}}, b : y = x^8, c : y = x^{-4},$   
 $d : y = x^{-\frac{3}{5}}, e : y = x^{-\frac{2}{5}}, f : y = x^{\frac{1}{10}},$   
 $g : y = x^{\frac{1}{4}}, h : y = x^{\frac{7}{8}}$ . Zwischen  $c$  und  $d$

	wahr	falsch		wahr	falsch
56. a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 8.5 Graphenänderungen

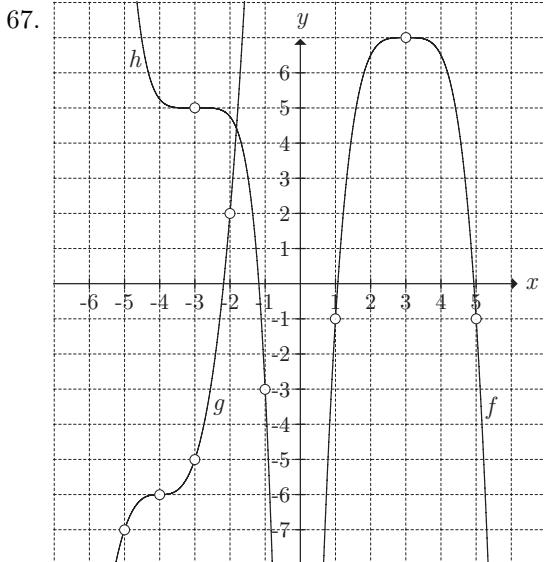
57. ①-i, ②-h, ③-f, ④-g, ⑤-k, ⑥-j,

59.  $a : y = \sqrt{-x}, b : y = -\sqrt{-x}, c : y = -\sqrt{x}$

61.  $a : y = (x-3)^3 - 1, b : y = -(x-3)^3 + 1,$   
 $c : y = (x+3)^3 + 1, d : y = -(x+3)^3 - 1$

63. ①-H, ②-A, ③-G, ④-F, ⑤-C, ⑥-D, ⑦-B, ⑧-E

65.  $f : y = -(x+2)^3 + 5,$   
 $g : y = -\frac{1}{2}\sqrt{x+6} - 1,$   
 $h : y = 2(x-5)^{-2} - 6$



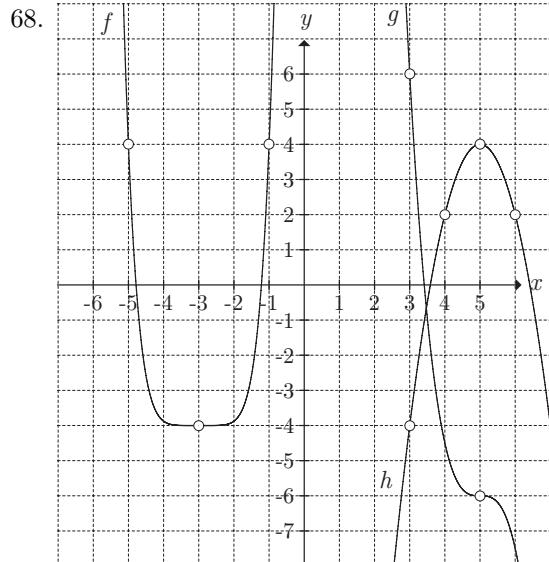
58. ①-j, ②-f, ③-g, ④-k, ⑤-i, ⑥-h,

60.  $a : y = \sqrt{-x} + 1, b : y = -\sqrt{-x} - 1,$   
 $c : y = -\sqrt{x} - 1$

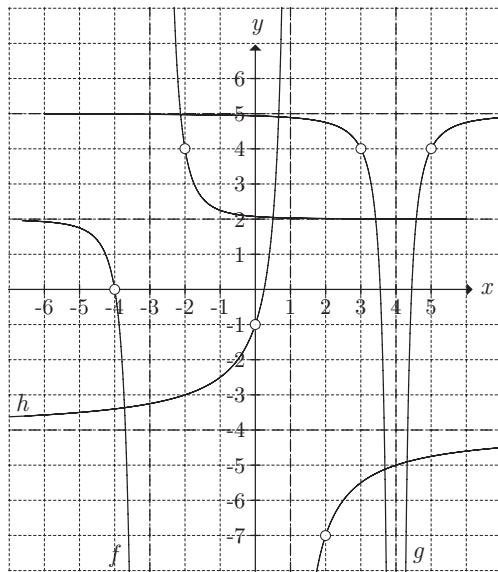
62.  $a : y = -(x-4)^4 + 2, b : y = (x-4)^4 - 2,$   
 $c : y = (x+4)^4 - 2, d : y = -(x+4)^4 + 2$

64. ①-C, ②-A, ③-E, ④-D, ⑤-F, ⑥-G, ⑦-B, ⑧-H

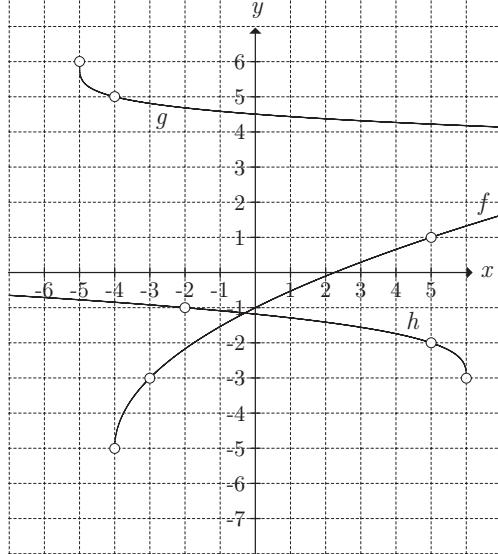
66.  $f : y = \frac{1}{2}(x+3)^4 - 7,$   
 $g : y = 2\sqrt[3]{x+6} - 5,$   
 $h : y = -(x-4)^{-1} + 3$



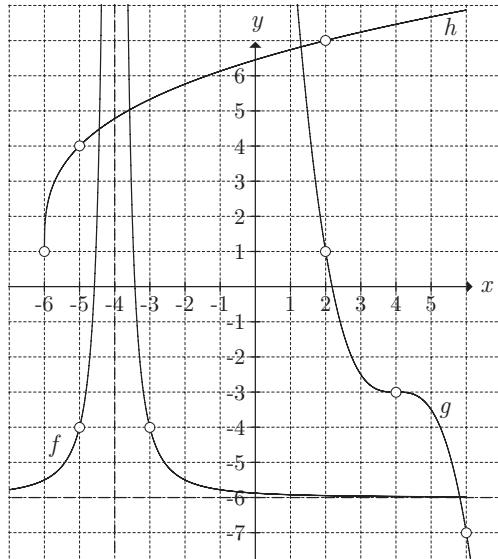
69.



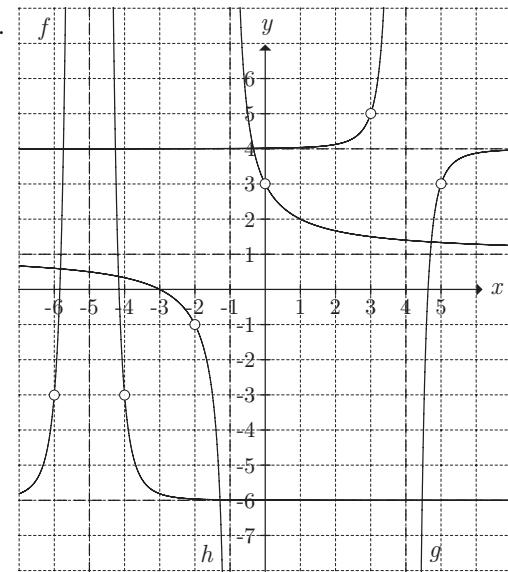
71.



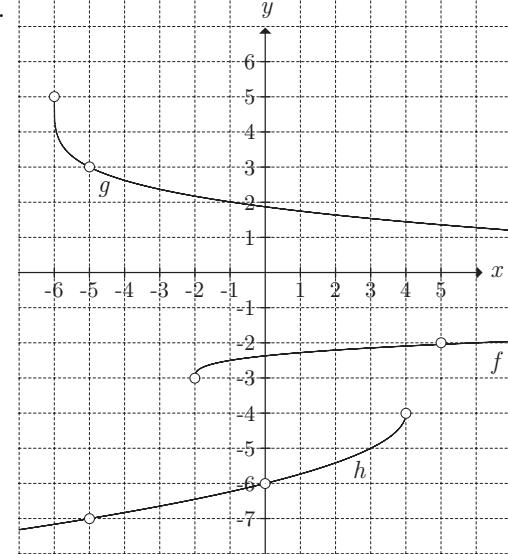
73.



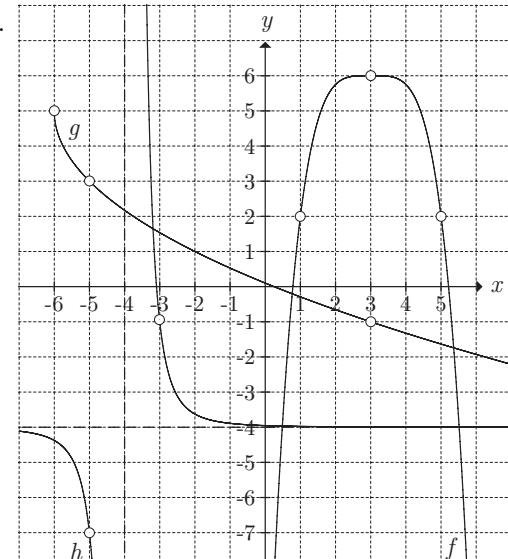
70.

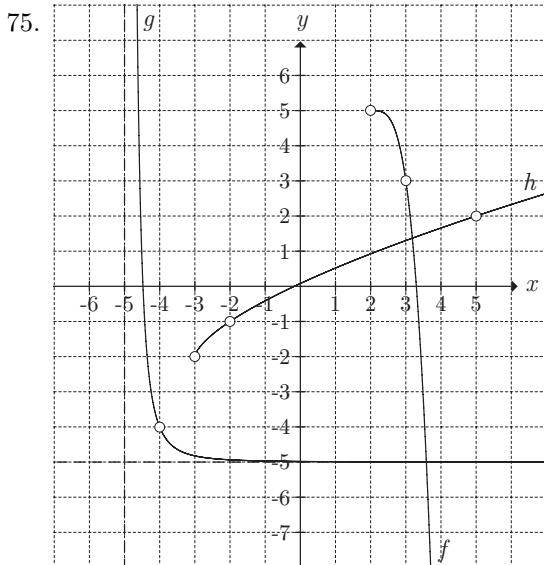


72.



74.





77. a)  $y = (x + 1)^6 - 3$

b)  $y = -(x - 4)^6 + 3$

c)  $y = (x - 7)^6 - 1$

d)  $y = -(x + 4)^6 + 3$

79. a)  $y = (x + 2)^{-3} + 5$

b)  $y = -(x - 7)^{-3} - 6$

c)  $y = (x + 2)^{-3} - 9$

d)  $y = (x - 18)^{-3} + 3$

81. a)  $a = -1, b = 2, c = 2n, n \in \mathbb{N}, d = 3$

b)  $a = 2, b = 1, c = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, d = 2$

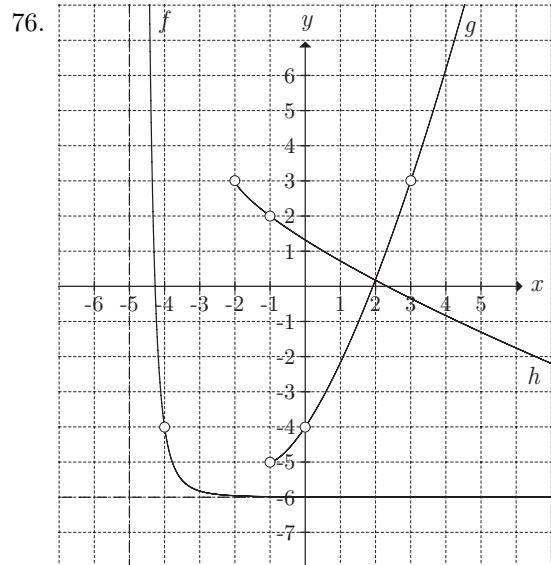
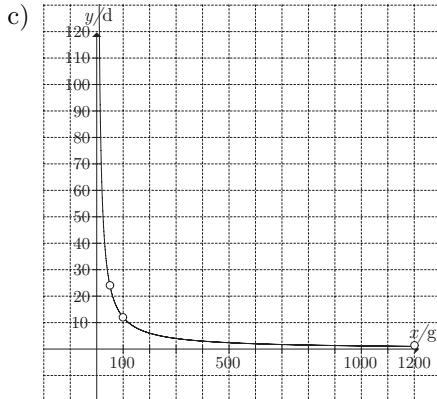
c)  $a = \frac{3}{2^c}, b = 1, c = 2n, n \in \mathbb{N}, d = 0$

d)  $a = -\frac{1}{2^c}, b = 2, c = 2n+1, n \in \mathbb{N}, d = 2$

83.  $V = \frac{4}{3}\pi(2t)^3 = \frac{32}{3}\pi t^3, V(9 \text{ s}) \approx 24\,429 \text{ cm}^3$

85. a) 12 d, 24 d, 120 d

b)  $y = \frac{1200}{x}, \mathbb{D} = ]0, 1200], \mathbb{W} = [1, \infty[$



78. a)  $y = -(x + 1)^5 - 5$

b)  $y = (x - 1)^5 + 2$

c)  $y = -(x + 5)^5 + 8$

d)  $y = -(x - 1)^5 - 2$

80. a)  $y = -2(x - 3)^{-4} - 8$

b)  $y = -2(x - 3)^{-4} - 8$

c)  $y = 2(x + 5)^{-4} - 8$

d)  $y = -2(x + 9)^{-4} + 18$

82. a)  $a = 2, b = 1, c = 2n, n \in \mathbb{N}, d = 1$

b)  $a = \frac{2}{2^c}, b = 2, c = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, d = 2$

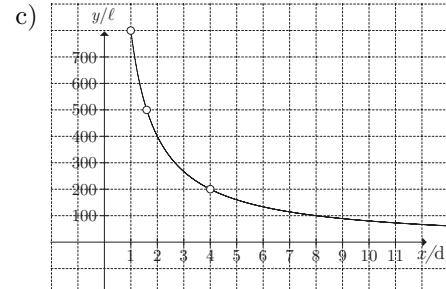
c)  $a = -3, b = 2, c = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, d = 2$

d)  $a = -\frac{4}{2^c}, b = 1, c = 2n, n \in \mathbb{N}, d = 4$

84.  $A = \pi(3t)^2 = 9\pi t^2, A(24 \text{ h}) \approx 16\,286 \text{ m}^2$

86. a)  $20\ell, 50\ell, 5\ell$

b)  $y = \frac{800}{x}, \mathbb{D} = [1, \infty[, \mathbb{W} = ]0, 800]$



87.  $f(x) = \frac{32}{3}\pi x^3$ ,  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{3x}{32\pi}}$   
 $f(8 \text{ cm}) \approx 17157 \text{ cm}^3$   
 $f^{-1}(1000 \text{ cm}^3) \approx 3.1 \text{ cm}$

88.  $f(x) = 16\pi x^3$ ,  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{16\pi}}$   
 $f(8 \text{ cm}) \approx 25736 \text{ cm}^3$   
 $f^{-1}(1000 \text{ cm}^3) \approx 2.7 \text{ cm}$

## 8.6 Polynomfunktionen

89. a) kein Polynom    b) Polynom    c) Polynom    d) kein Polynom

90. a) kein Polynom    b) Polynom    c) kein Polynom    d) kein Polynom

91. a) 5, 7, 9  
b)  $-2x^7, -x^5, -3x^9$

93. ①-C, ②-D, ③-A, ④-F, ⑤-E, ⑥-B

95. a) 6

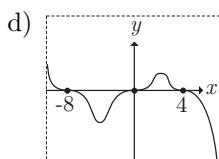
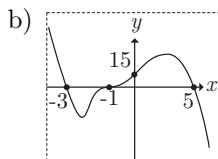
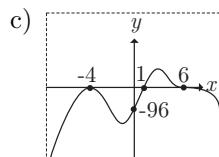
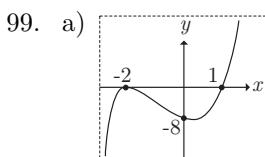
b) 6

c)  $\geq 5$

d) 9, 11, 13, ...

e) 4, 6, 8, ...

97.  $f_2, f_6, g_1, g_2, h_2$



92. a) 6, 8  
b)  $-4x^6, -x^{10}$

94. ①-F, ②-A, ③-F, ④-C, ⑤-B, ⑥-D

96. a) 4

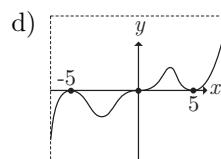
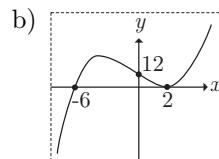
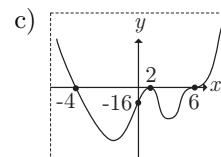
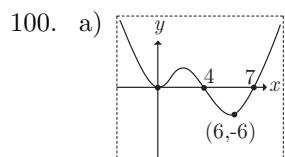
b) 4

c)  $\geq 3$

d) 6, 8, 10, ...

e) 5, 7, 9, ...

98.  $f_3, f_4, g_3, g_6, h_2, h_5$



101. a)  $y = \frac{1}{12}x(x+4)(x-3)$

b)  $y = -\frac{1}{100}(x-2)^3(x+5)^2(x-6)$

c)  $y = \frac{1}{1024}x^2(x+4)^3(x-3)^3$

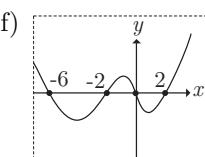
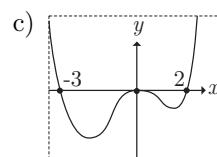
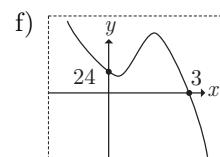
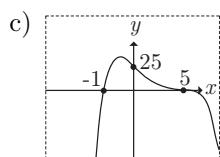
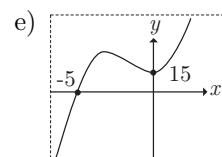
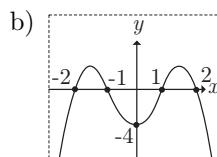
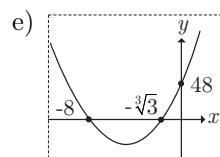
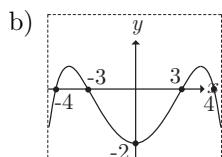
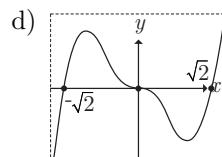
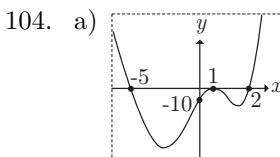
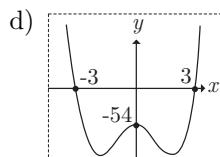
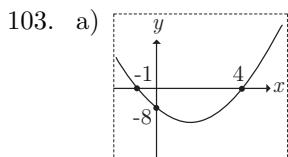
d)  $y = -\frac{1}{8}(x+1)^2(x-4)^3$

102. a)  $y = -\frac{1}{5}x(x-2)(x-3)(x+4)$

b)  $y = \frac{1}{12}x^2(x-4)(x-7)$

c)  $y = \frac{1}{5}(x+1)(x-2)^3(x-5)$

d)  $y = -\frac{1}{8}(x+1)^2(x-2)^2(x-4)^2$



105. a)  $y = \frac{3}{2}(x-1)^2(x+2)$

b)  $y = \frac{1}{7}x^2(x-4)(x-6)$

c)  $y = \frac{1}{2}(x+2)^2(x-6)$

d)  $y = -(x+2)^2(x-4) - 20$

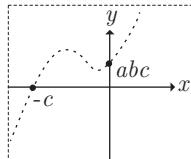
106. a)  $y = -\frac{1}{2}(x-2)^3(x+3)$

b)  $y = \frac{1}{6}3(x+1)(x+3)(x-4)$

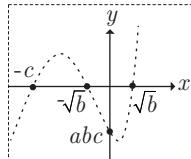
c)  $y = -\frac{1}{2}x^2(x+3)(x-4) + 2$

d)  $y = -\frac{1}{4}(x-1)^2(x-5)$

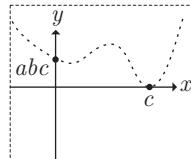
107.  $a > 0, b > 0$



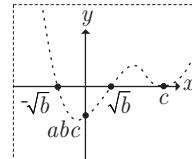
$a > 0, b < 0$



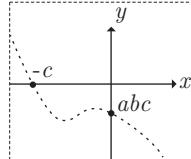
108.  $a > 0, b > 0$



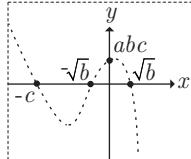
$a > 0, b < 0$



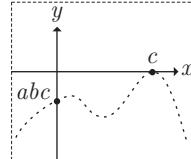
$a < 0, b > 0$



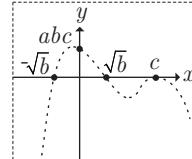
$a < 0, b < 0$



$a < 0, b > 0$



$a < 0, b < 0$



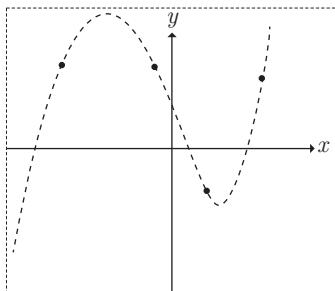
109. a)  $y = -x^3 + 4x^2 + x - 6$

b)  $y = x^4 - 3x^3 + x^2 - 6x + 9$

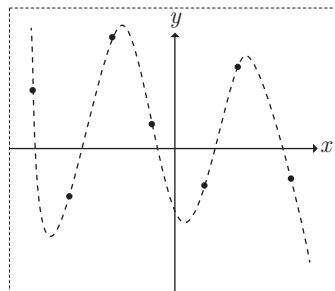
110. a)  $y = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$

b)  $y = -x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 4x + 2$

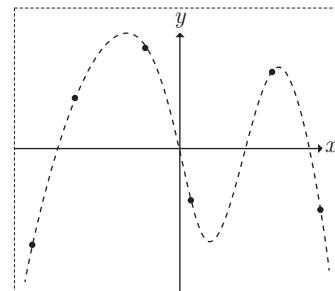
111. Grad 3



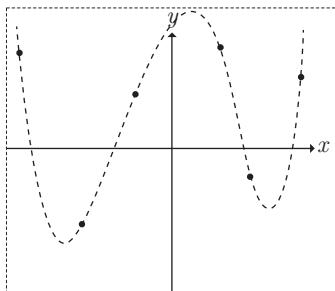
Grad 5



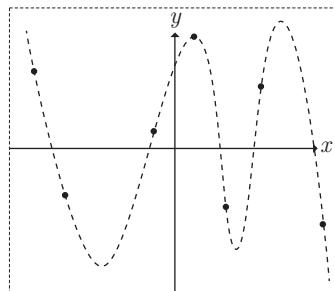
Grad 4



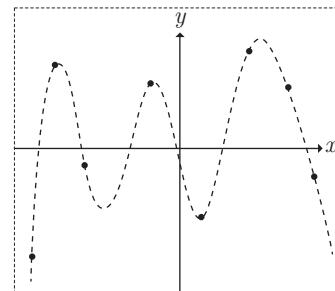
112. Grad 4



Grad 5



Grad 6



113.    a)        wahr        falsch    b)        wahr        falsch

- c)        wahr        falsch    d)        wahr        falsch

114.

- a)        wahr        falsch    b)        wahr        falsch

## 9 Exponential- und Logarithmusfunktionen

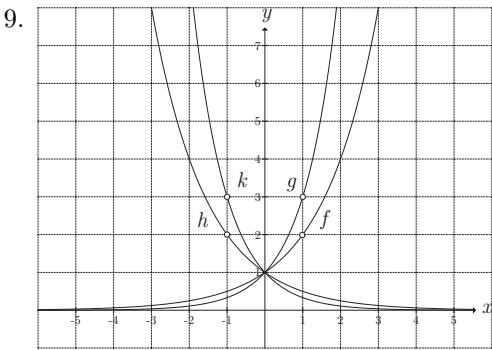
### 9.1 Exponentialfunktion

1. ja,  $y = 10^6 \cdot 1.09^x$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{N}_0$

3. nein

5. ja,  $y = 5^x$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{W} = \{5^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

- |    |  |  |
|----|--|--|
| 7. | a) <input checked="" type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein<br>b) <input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein | c) <input checked="" type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein<br>d) <input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein |
|----|--|--|



11.  $f : x \rightarrow 6^x$

$g : x \rightarrow 2^x$

$h : x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x$

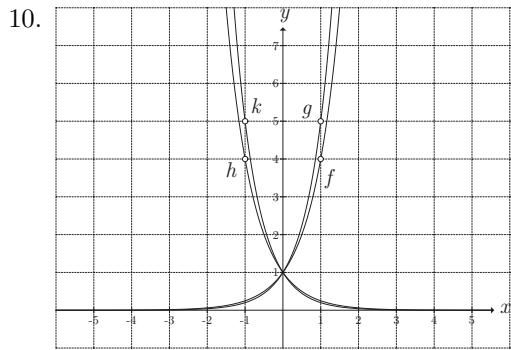
$k : x \rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x$

2. nein, linear

4. ja,  $y = 3000 \cdot 0.9^t$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{N}_0$

6. ja,  $y = 2500 \cdot 1.035^{t-1}$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{N}$

- |    |  |  |
|----|--|--|
| 8. | a) <input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein<br>b) <input checked="" type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein | c) <input checked="" type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein<br>d) <input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein |
|----|--|--|



12.  $f : x \rightarrow 3^x$

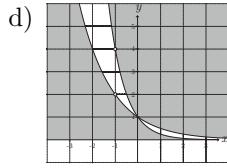
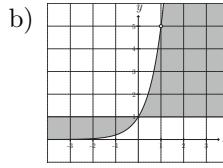
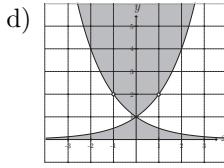
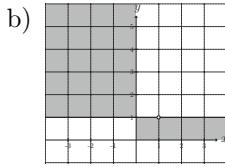
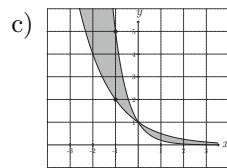
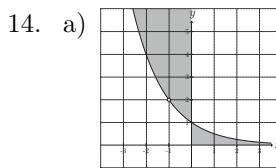
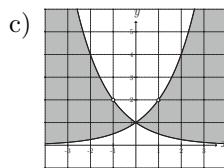
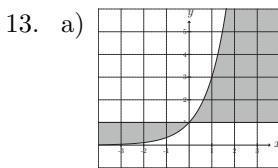
$g : x \rightarrow 5^x$

$h : x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$k : x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Bemerkung zu den Aufgaben 13 und 14:

Die Lösung ist jeweils das grau hervorgehobene Gebiet ohne den Rand, bei d) zusätzlich ebenfalls ohne die  $y$ -Achse.



15. a)  $0 < a < 2 \vee a > 3$

b)  $0 < a < \frac{1}{2} \vee a > 3$

17. a) ②

c) ④

16. a)  $0 < a < 4$

b)  $0 < a < \frac{1}{2} \vee a > 1$

18. a) ③

c) ①

b) ③

d) ④

19. a) Der neue Funktionswert ist  $\frac{1}{4}$  des ursprünglichen Funktionswerts.  
 b) Die abhängige Variable ist das Quadrat der ursprünglichen abhängigen Variablen.  
 c) Das Argument wurde um eins erhöht.  
 d) Die unabhängige Variable wurde um zwei verkleinert.

21. a) ⑤  
 b)  $f(x) = a^x$  für alle  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$   
 c) ①  
 d) ③

23. a) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	c) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> d) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
--	--

25. a) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	c) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
--	--

27. a)  $P$ : ja,  $Q$ : nein  
 b)  $P$ : nein,  $Q$ : nein  
 c)  $P$ : ja,  $Q$ : nein  
 d)  $P$ : nein,  $Q$ : nein

29. a) 4  
 b)  $\frac{1}{3}$

31.  $f(x) = 4^x$

35. a)  $a = \frac{1}{2}, b = 3$   
 b)  $a = 3, b = -2$

37.  $f(x) = -3^x$

41. a) linear,  $f(x) = 4x + 2$

42. a) Exponentialfunktion,  $f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

43. a)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$   
 b)  $y = -2 \cdot 4^x$

45. a)  $y = -3^x + 4$

47.  $f(x) = -3^x + 2$

20. a) Der neue Funktionswert ist die Wurzel des ursprünglichen Funktionswerts.  
 b) Die abhängige Variable wird verachtet.  
 c) Das Argument wurde um 2 erhöht.  
 d) Die unabhängige Variable wurde verdreifacht.

22. a) ②  
 b)  $f(x) = a^x$  für alle  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$   
 c) ⑥  
 d) ④

24. a) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> b) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> d) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
--	--

26. a) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> d) <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
--	--

28. a)  $P$ : nein,  $Q$ : ja  
 b)  $P$ : ja,  $Q$ : ja  
 c)  $P$ : nein,  $Q$ : ja  
 d)  $P$ : ja,  $Q$ : ja

30. a)  $\frac{1}{6}$   
 b) 4

32.  $f(x) = 0.5^x$

36. a)  $a = 4, b = 2$   
 b)  $a = 4, b = -3$

38.  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x$

40.  $f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

44. a)  $y = 3^x$   
 b) nicht möglich

46. a)  $y = 5 \cdot 2^x - 20$

48.  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4$

49. g: Verschiebung um 2 nach links;

$$y = 3^{x+2}$$

h: Spiegelung an der y-Achse;

$$y = (\frac{1}{3})^x$$

i: Verschiebung um -4 in y-Richtung;

$$y = 3^x - 4$$

j: Spiegelung an der x-Achse;

$$y = -3^x$$

51. a) Spiegelung an der y-Achse

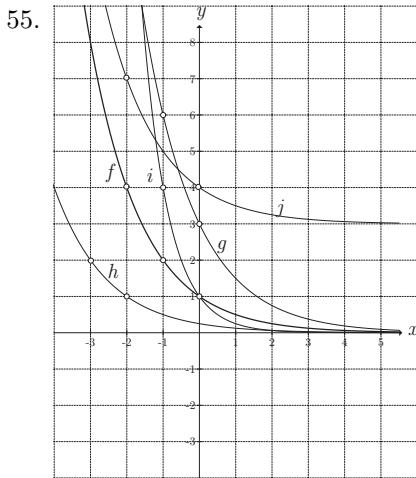
b) Verschiebung um -1 in x-Richtung und um -2 in y-Richtung

c) Streckung in y-Richtung mit Faktor 2

d) Stauchung in x-Richtung mit Faktor  $\frac{1}{3}$

53. a) z. B. Stauchung in x-Richtung mit Faktor  $\frac{1}{2}$ , Streckung in y-Richtung mit Faktor 2, anschliessend Verschiebung um 1 nach unten

b) z. B. Streckung in x-Richtung mit Faktor 4



57.  $g(x) = 2^{x+2} = 2^x \cdot 2^2 = 4 \cdot 2^x$

59. a) Stauchung in y-Richtung mit Faktor  $\frac{1}{3}$

b) Streckung in x-Richtung mit Faktor 2

61. a)  $y = 4^{x-3} + 5$

b)  $y = -4^x$

c)  $y = 3 \cdot 4^x$

d)  $y = 4^{-(x+2)}$

63. a)  $y = -2^x$

b)  $y = 3 \cdot (\frac{1}{2})^{x-2}$

c)  $y = (\frac{1}{2})^{3x} + 2$

d)  $y = \frac{1}{4}((\frac{1}{2})^x + 1)$

50. g: Verschiebung um 3 nach oben;

$$y = (\frac{1}{4})^x + 3$$

h: Verschiebung um 2 in x-Richtung;

$$y = (\frac{1}{4})^{x-2}$$

i: Spiegelung an der x-Achse;

$$y = -(\frac{1}{4})^x$$

j: Spiegelung am Koordinatenursprung;

$$y = -4^x$$

52. a) Stauchung in x-Richtung mit Faktor  $\frac{1}{2}$

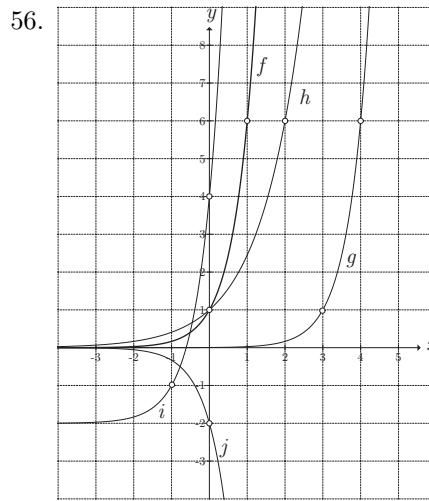
b) Spiegelung am Koordinatenursprung

c) Streckung mit Faktor -3 in y-Richtung

d) Verschiebung um -1 in x-Richtung und um 3 in y-Richtung

54. a) z. B. Streckung in x-Richtung mit Faktor  $\frac{2}{3}$

b) z. B. Spiegelung am Koordinatenursprung und Stauchung in y-Richtung mit Faktor  $\frac{1}{2}$



58.  $g(x) = 2^{2x} = 2^{x \cdot 2} = (2^x)^2$

60. a) Spiegelung an der y-Achse

b) Verschiebung um 1 in negative x-Richtung

62. a)  $y = 4^{-x}$

b)  $y = 4^{x+2} + 6$

c)  $y = 4^{\frac{1}{2}x} = 2^x$

d)  $y = -4^x + 2$

64. a)  $y = 5((\frac{1}{2})^x - 4)$

b)  $y = -2^x + 2$

c)  $y = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}x} + 4$

d)  $y = (\frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}x}$

65. a) Asymptote:  $y = 4$   
 $y$ -Achsenabschnitt: 5  
 b) Asymptote:  $y = 0$   
 $y$ -Achsenabschnitt: -1  
 c) Asymptote:  $y = 0$   
 $y$ -Achsenabschnitt: 2  
 d) Asymptote:  $y = 2$   
 $y$ -Achsenabschnitt: 127

67. a) nach links, von oben  
 b) nach rechts, von unten  
 c) nach rechts, von oben  
 d) nach links, von unten

69. a)  $y = 2 \cdot 2^x + 4$   
 b)  $y = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$   
 c)  $y = 3 \cdot 4^x - 2$   
 d)  $y = \frac{1}{2} \cdot 5^x + 2$

71.  $y = -\frac{2}{5} \cdot 2^x + \frac{7}{5}$

- |  |                                     |                                     |    |                                     |                                     |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|----|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 73.                                    | smw      smf                        | smw      smf                        |    |                                     |                                     |
| a)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b)                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | d) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| wahr      falsch      wahr      falsch |                                     |                                     |    |                                     |                                     |
| a)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | d) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

- |  |                                     |                                     |    |                          |                                     |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|----|--------------------------|-------------------------------------|
| 75.                                    | wahr      falsch                    | wahr      falsch                    |    |                          |                                     |
| a)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c) | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | d) | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| wahr      falsch      wahr      falsch |                                     |                                     |    |                          |                                     |
| a)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c) | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | d) | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

76. a)       b)       c)       d)

77. a)       b)       c)       d)

## 9.2 Exponentielles Wachstum und Zerfall

79. a) nach 1 h: 4000,  
 nach 2 h: 8000,  
 nach 3 h: 16 000,  
 nach 4 h: 32 000,  
 nach 5 h: 64 000

- b) 4, 4  
 c)  $2000 \cdot 2^n$   
 d) 2828, 5657  
 e) 41.42 %  
 f) 1.26

66. a) Asymptote:  $y = 0$   
 $y$ -Achsenabschnitt: 3  
 b) Asymptote:  $y = 0$   
 $y$ -Achsenabschnitt: -4  
 c) Asymptote:  $y = 0$   
 $y$ -Achsenabschnitt: 3  
 d) Asymptote:  $y = 0$   
 $y$ -Achsenabschnitt: 1

68. a) nach rechts, von oben  
 b) nach rechts, von unten  
 c) nach rechts, von oben  
 d) nach rechts, von unten

70. a)  $y = -3 \cdot 2^x + 4$   
 b)  $y = \frac{1}{5} \cdot 6^x$   
 c)  $y = -2 \cdot 5^x + 6$   
 d)  $y = 9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$

72.  $y = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 5$

- |  |                                     |                                     |    |                                     |                                     |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|----|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 74.                                    | smw      smf                        | smw      smf                        |    |                                     |                                     |
| a)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | d) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| wahr      falsch      wahr      falsch |                                     |                                     |    |                                     |                                     |
| a)                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b)                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | d) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| wahr      falsch      wahr      falsch |                                     |                                     |    |                                     |                                     |
| a)                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | c) | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b)                                     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | d) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

76. a)       b)       c)       d)

78. a)       b)       c)       d)

80. a) nach 1 h:  $5 \cdot 10^{15}$ ,  
 nach 2 h:  $2.5 \cdot 10^{15}$ ,  
 nach 3 h:  $1.25 \cdot 10^{15}$ ,  
 nach 4 h:  $6.25 \cdot 10^{14}$ ,  
 nach 5 h:  $3.125 \cdot 10^{14}$   
 b)  $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}$   
 c)  $10^{16} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$   
 d)  $7.07 \cdot 10^{15}, 3.54 \cdot 10^{15}$   
 e) 29.29 %  
 f) 0.79

81. a) nach 2 h: 37.89 mg,  
nach 3 h: 32.99 mg,  
nach 4 h: 28.72 mg,  
nach 5 h: 25 mg,  
nach 8 h: 16.49 mg  
 b) 24.21 %, 34.02 %  
 c)  $50 \cdot 2^{-0.2n}$   
 d) 39.68 mg, 4.96 mg  
 e) 0.79  
 f) nach 6.6 h, d.h. im Verlauf der 7. Stunde  
 g) theoretisch unendlich lang

83. 18 Jahre

	$t$	-4	-3	0	1	3	5
	$f(t)$	$\frac{625}{432}$	$\frac{125}{72}$	3	$\frac{18}{5}$	$\frac{648}{125}$	$\frac{23328}{3125}$

87. a) 

	$t$	0	1	2	3	4	6
	$f(t)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{27}{2}$	$\frac{243}{2}$

  
 b)  $f(t) = \frac{1}{6} \cdot 3^t$   
 c) 3  
 d) 9  
 e)  $\sqrt{3}$

89. a) 

	$t$	-3	1	4	6	9	11
	$f(t)$	$\frac{3}{256}$	$\frac{3}{16}$	1.5	6	48	192

  
 b)  $f(t) = \frac{3}{32} \cdot 2^t$   
 c) 2  
 d) 512  
 e)  $\sqrt{2}$

91. 16 s

93. 

	$t$	-4	-3	0	1	3	5
	$f(t)$	24.88	20.74	12	10	6.94	4.82

  
 95. a) 

	$t$	0	1	2	2.5	3	8
	$f(t)$	40	20	10	$5\sqrt{2}$	5	$\frac{5}{32}$

- b)  $f(t) = 40 \cdot 0.5^t$   
 c)  $\frac{1}{2}$   
 d)  $\frac{1}{32}$   
 e)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

82. a) nach 4 Wochen: 192 cm<sup>2</sup>,  
nach 8 Wochen: 768 cm<sup>2</sup>,  
nach 20 Wochen: 49 152 cm<sup>2</sup>  
 b) 7  
 c) 300 %  
 d)  $48 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$   
 e) 68 cm<sup>2</sup>,  
136 cm<sup>2</sup>,  
1086 cm<sup>2</sup>  
 f) 64  
 g) 12 cm<sup>2</sup>

84. 40 Tage, 45 Tage, 50 Tage

	$t$	-4	-3	0	1	3	5
	$f(t)$	$\frac{128}{625}$	$\frac{32}{125}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{125}{128}$	$\frac{3125}{2048}$

	$t$	0	1	2	3	4	6
	$f(t)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{81}{32}$	$\frac{729}{128}$

- b)  $f(t) = \frac{1}{2} \cdot 1.5^t$   
 c)  $\frac{3}{2}$   
 d)  $\frac{9}{4}$   
 e)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

90. a) 

	$t$	-1	0	2	3	5	10
	$f(t)$	$\frac{32}{243}$	$\frac{16}{81}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{729}{64}$

  
 b)  $f(t) = \frac{16}{81} \cdot 1.5^t$   
 c)  $\frac{3}{2}$   
 d)  $\frac{81}{16}$   
 e)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

92. nach 17 Monaten

	$t$	-4	-3	0	1	3	5
	$f(t)$	40.5	27	8	5.33	2.37	1.05

	$t$	0	2	2.5	3	6	8
	$f(t)$	$\frac{243}{8}$	$\frac{27}{2}$	$\frac{9}{2}\sqrt{6}$	9	$\frac{8}{3}$	$\frac{32}{27}$

- b)  $f(t) = \frac{243}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t$   
 c)  $\frac{2}{3}$   
 d)  $\frac{8}{27}$   
 e)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

97.	a)	<table border="1"> <tr> <td><math>t</math></td><td>-3</td><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>9</td><td>11</td></tr> <tr> <td><math>f(t)</math></td><td><math>\frac{3}{256}</math></td><td><math>\frac{3}{16}</math></td><td>1.5</td><td>6</td><td>48</td><td>192</td></tr> </table>	$t$	-3	1	4	6	9	11	$f(t)$	$\frac{3}{256}$	$\frac{3}{16}$	1.5	6	48	192
$t$	-3	1	4	6	9	11										
$f(t)$	$\frac{3}{256}$	$\frac{3}{16}$	1.5	6	48	192										

b)  $f(t) = \frac{3}{32} \cdot 2^t$

c) 2

d) 512

e)  $\sqrt{2}$ 

99.  $64, 4$

101.  $0.25, 0.5$

	wahr	falsch		wahr	falsch		wahr	falsch
103. a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	104. a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

105. a)  $a = 1.2$

b)  $a = 0.12$

107. a)  $+40\%$

b)  $-75\%$

109. a) 512

b)  $2\sqrt{2}$

c)  $8^{\frac{1}{12}}$

d)  $16\sqrt{2}$

111. a)  $\frac{5}{2}$

b)  $\frac{2}{3}$

113. a)  $\frac{3}{4}$

b) 57.81 %

c) 2027

115. a) 4530

b) 10 %

117. a)  $42\ 256 \text{ m}^3$

b)  $76\ 318 \text{ m}^3$

c) 3 %

119. a) Fr. 4 251 998.–

b) Fr. 354 437.–

c) 22 %

121. a)  $f(t) = 4820 \cdot \sqrt[16]{2}^t$

b) 7433

c) 27 266

d) 2027

123. a)  $f(t) = 4.8 \cdot 0.75^t$

b) 1.52 cm, 0.85 cm, 0.27 cm

c) 17.80 %

98.	a)	<table border="1"> <tr> <td><math>t</math></td><td>-3</td><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>9</td><td>11</td></tr> <tr> <td><math>f(t)</math></td><td><math>\frac{3}{256}</math></td><td><math>\frac{3}{16}</math></td><td>1.5</td><td>6</td><td>48</td><td>192</td></tr> </table>	$t$	-3	1	4	6	9	11	$f(t)$	$\frac{3}{256}$	$\frac{3}{16}$	1.5	6	48	192
$t$	-3	1	4	6	9	11										
$f(t)$	$\frac{3}{256}$	$\frac{3}{16}$	1.5	6	48	192										

b)  $f(t) = \frac{3}{32} \cdot 2^t$

c) 2

d) 512

e)  $\sqrt{2}$ 

100. 27, 3

102.  $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}$

	wahr	falsch		wahr	falsch		wahr	falsch
104. a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	104. b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

105. a)  $a = 2.25$

b)  $a = 0.87$

108. a)  $+150\%$

b)  $-70\%$

110. a)  $\frac{9}{16}$

b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

d)  $\frac{27}{64}$

112. a) 1

b)  $\frac{1}{2}$

114. a)  $\frac{4}{5}$

b) 48.8 %

c) 2029

116. a) 620

b) 41.42 %

118. a) 2679

b) 146 600

c) 56 %

120. a) Fr. 56 419.–

b) Fr. 2112.–

c) 28 %

122. a)  $f(t) = 26\ 350 \cdot \sqrt[30]{3}^t$

b) 35 319

c) 105 958

d) 11 773

124. a)  $f(t) = 500 \cdot 0.86^t$

b) 318 mg, 174 mg

c) 47.04 %

125. a)  $f(t) = 20 \cdot 0.9^t$

- b) 13.1 Lux  
c) 1.6 Lux  
d) 34.87 %

127. a)  $f(n) = 10\,000 \cdot 1.015^n$

- b)  $f(10) = 11\,605.41$ ,  
 $f(20) = 13\,468.55$ ,  
 $f(50) = 21\,052.42$

129. 2.5 %

126. a)  $f(h) = 1.013 \cdot 0.88^h$

- b) 958 hPa  
c) 608 hPa  
d) 32.27 %

128. a)  $f(n) = 15\,000 \cdot 1.011^n$

- b)  $f(10) = 16\,734.12$ ,  
 $f(20) = 18\,668.71$ ,  
 $f(50) = 25\,920.84$

130. 2.8 %

### 9.3 Die Zahl e

131. a) Fr. 2.–

- b) Fr. 2.25  
c) Fr. 2.44  
d) Fr. 2.61  
e) Fr. 2.7145  
f) Fr. 2.71812  
g) Fr. 2.71823  
h) Fr.  $1 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

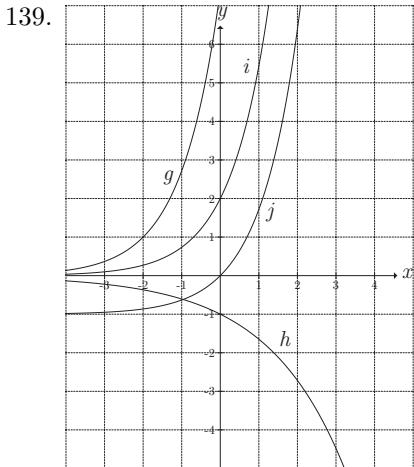
133. a) 2.25, -17.23 %

- b) 2.59, -4.58 %  
c) 2.7048, -0.495 %  
d) 2.71692, -0.049954 %

135. a) 2.7083, -0.37 %

- b) 2.71827877, -0.00011 %

137.  $f : x \mapsto y_5$ ,  $g : x \mapsto y_1$ ,  $h : x \mapsto y_4$ ,  $i : x \mapsto y_2$ ,  $j : x \mapsto y_6$ ,  $k : x \mapsto y_3$



132. a) Fr. 200

- b) Fr. 225  
c) Fr. 244  
d) Fr. 261  
e) Fr. 271.452  
f) Fr. 271.812  
g) Fr. 271.823  
h) Fr.  $100 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

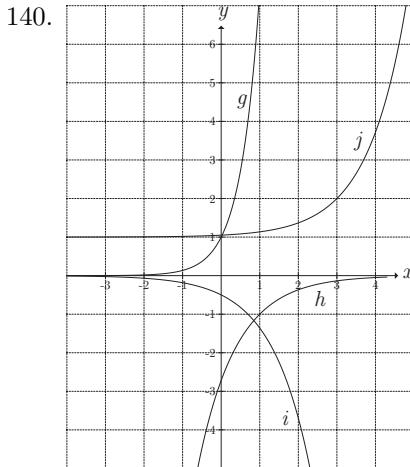
134. a) 2.718145927, -0.00499954 %

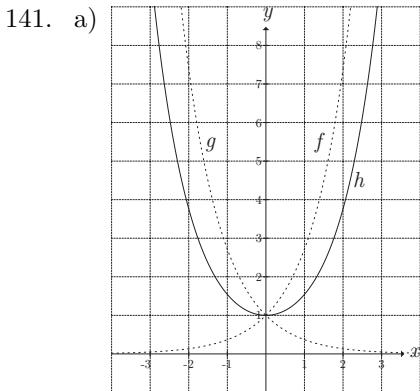
- b) 2.718268237, -0.000499995 %  
c) 2.718280469, -0.00005 %  
d) 2.718281693, -0.000005 %

136. a) 2.6, -1.89882 %

- b) 2.718281828, ca. 0 %

138.  $f : x \mapsto y_6$ ,  $g : x \mapsto y_1$ ,  $h : x \mapsto y_3$ ,  $i : x \mapsto y_4$ ,  $j : x \mapsto y_2$ ,  $k : x \mapsto y_5$





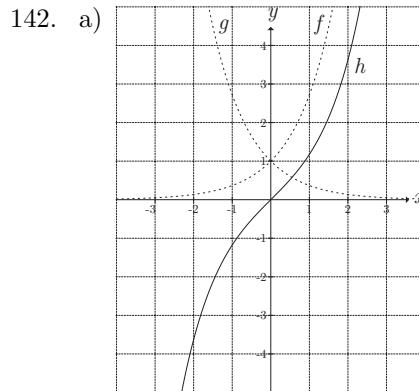
b)  $\cosh(-x) = \frac{e^{-x} + e^{-(-x)}}{2} = \frac{e^{-x} + e^x}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh(x)$

c) monoton fallend auf  $\mathbb{R}^-$ , monoton wachsend auf  $\mathbb{R}^+$

143. a)  $\tanh(x) = \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

b)  $x = 0$

c) ungerade



b)  $\sinh(-x) = \frac{e^{-x} - e^{-(-x)}}{2} = \frac{e^{-x} - e^x}{2} = -\frac{e^x - e^{-x}}{2} = -\sinh(x)$

c) auf ganz  $\mathbb{R}$  monoton wachsend

144. a)  $\coth(x) = \frac{\frac{e^x + e^{-x}}{2}}{\frac{e^x - e^{-x}}{2}} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1} = \frac{e^{2x} - 1 + 2}{e^{2x} - 1} = 1 + \frac{2}{e^{2x} - 1}$

b)  $\coth(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$   
Beide Summanden im Zähler immer positiv

c) ungerade

145. a)  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}) = \frac{1}{4}(2 + 2) = 1$

b)  $\cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} = \frac{e^{x+y} + e^{x-y} + e^{-x+y} + e^{-x-y} + e^{x+y} - e^{x-y} - e^{-x+y} + e^{-x-y}}{4}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4}(2e^{x+y} + 2e^{-x-y}) \\ &= \frac{1}{2}(e^{x+y} + e^{-(x+y)}) \\ &= \cosh(x+y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cosh(x)\cosh(y) - \sinh(x)\sinh(y) &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} - \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} \\ &= \frac{e^{x+y} + e^{x-y} + e^{-x+y} + e^{-x-y} - e^{x+y} - e^{x-y} + e^{-x+y} - e^{-x-y}}{4} \\ &= \frac{1}{4}(2e^{x-y} + 2e^{-x+y}) \\ &= \frac{1}{2}(e^{x-y} + e^{-(x-y)}) \\ &= \cosh(x-y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
146. \quad \text{a)} \quad & \cosh^2(x) + \sinh^2(x) = \frac{1}{4} (\mathrm{e}^{2x} + 2 + \mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{2x} - 2 + \mathrm{e}^{-2x}) \\
&= \frac{1}{4} (2\mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^{-2x}) \\
&= \frac{1}{2} (\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{-2x}) \\
&= \cosh(2x) \\
\\
\text{b)} \quad & \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y) = \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2} \cdot \frac{\mathrm{e}^y + \mathrm{e}^{-y}}{2} + \frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2} \cdot \frac{\mathrm{e}^y - \mathrm{e}^{-y}}{2} \\
&= \frac{\mathrm{e}^{x+y} + \mathrm{e}^{x-y} - \mathrm{e}^{-x+y} - \mathrm{e}^{-x-y} + \mathrm{e}^{x+y} - \mathrm{e}^{x-y} + \mathrm{e}^{-x+y} - \mathrm{e}^{-x-y}}{4} \\
&= \frac{1}{4} (2\mathrm{e}^{x+y} - 2\mathrm{e}^{-x-y}) \\
&= \frac{1}{2} (\mathrm{e}^{x+y} - \mathrm{e}^{-(x+y)}) \\
&= \sinh(x+y) \\
\sinh(x) \cosh(y) - \cosh(x) \sinh(y) &= \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2} \cdot \frac{\mathrm{e}^y + \mathrm{e}^{-y}}{2} - \frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2} \cdot \frac{\mathrm{e}^y - \mathrm{e}^{-y}}{2} \\
&= \frac{\mathrm{e}^{x+y} + \mathrm{e}^{x-y} - \mathrm{e}^{-x+y} - \mathrm{e}^{-x-y} - \mathrm{e}^{x+y} + \mathrm{e}^{x-y} - \mathrm{e}^{-x+y} + \mathrm{e}^{-x-y}}{4} \\
&= \frac{1}{4} (2\mathrm{e}^{x-y} - 2\mathrm{e}^{-x+y}) \\
&= \frac{1}{2} (\mathrm{e}^{x-y} - \mathrm{e}^{-(x-y)}) \\
&= \sinh(x-y)
\end{aligned}$$

## 9.4 Logarithmen und Logarithmusfunktion

- |  |                             |  |                               |
|--|-----------------------------|--|-------------------------------|
| 147. a) $10^x = 100$ ; 2   | c) $3^x = 27$ ; 3           | 148. a) $10^x = 1000$ ; 3  | c) $81^x = 9$ ; $\frac{1}{2}$ |
| b) $16^x = 2$ ; $\frac{1}{4}$  | d) $2^x = \frac{1}{8}$ ; -3 | b) $2^x = 8$ ; 3   | d) $2^x = \frac{1}{4}$ ; -2   |
| 149. a) $x = \log_{10} \frac{1}{10} = -1$  |                             | 150. a) $x = \log_{10} \frac{1}{100} = -2$   |                               |
| b) $x = \log_{\frac{1}{3}} 243 = -5$   |                             | b) $x = \log_2 \frac{1}{32} = -5$  |                               |
| c) $x = \log_{64} 2 = \frac{1}{6}$   |                             | c) $x = \log_9 3 = \frac{1}{2}$  |                               |
| d) $x = \log_4 \frac{1}{16} = -2$  |                             | d) $x = \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$   |                               |
| 151. a) 2  | c) 4                        | 152. a) 3  | c) $\frac{1}{4}$              |
| b) $\frac{1}{2}$   | d) 3                        | b) $\frac{1}{2}$   | d) 2                          |
| 153. a) -2   | c) -3                       | 154. a) -3   | c) $-\frac{1}{5}$             |
| b) -1  | d) -1                       | b) -2  | d) -4                         |
| 155. a) $\frac{1}{2}$  | c) nicht definiert          | 156. a) $\frac{1}{6}$  | c) $\frac{1}{2}$              |
| b) nicht definiert   | d) -3                       | b) $-\frac{1}{2}$  | d) nicht definiert            |
| 157. a) 3  | c) 0                        | 158. a) -2   | c) nicht definiert            |
| b) $-\frac{1}{8}$  | d) -2                       | b) 2   | d) 0                          |
| 159. Gefäß 1: $\mathcal{D}, \mathcal{F}$<br>Gefäß 2: $\mathcal{A}, \mathcal{B}$<br>Gefäß 3: $\mathcal{C}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{H}$ |                             | 160. Gefäß 1: $\mathcal{B}, \mathcal{G}$<br>Gefäß 2: $\mathcal{A}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{H}$<br>Gefäß 3: $\mathcal{C}$ |                               |
| 161. a) 3  | c) $\frac{1}{2}$            | 162. a) $-\frac{1}{2}$   | c) -1                         |
| b) -2  | d) -2                       | b) -2  | d) 3                          |
| 163. a) -2   | c) -1                       | 164. a) $-\frac{1}{3}$   | c) 4                          |
| b) -4  | d) $-\frac{1}{3}$           | b) -2  | d) $-\frac{1}{2}$             |

- |  |                    |  |                     |
|--|--------------------|--|---------------------|
| 165. a) 7  | c) $\frac{1}{2}$   | 166. a) 5  | c) $\frac{1}{2}$    |
| b) -4  | d) $-\frac{1}{2}$  | b) -3  | d) $-\frac{1}{3}$   |
| 167. a) $\frac{1}{2}$  | c) $\frac{2}{5}$   | 168. a) $\frac{3}{2}$  | c) 15               |
| b) -4  | d) 2               | b) -2  | d) $-\frac{4}{3}$   |
| 169. a) -108   | c) $\frac{3}{8}$   | 170. a) $\frac{20}{3}$   | c) $\frac{1}{2}$    |
| b) $\frac{1}{15}$  | d) -7              | b) -6  | d) $\frac{5}{2}$    |
| 171. a) $\frac{3}{2}$  | c) $\frac{4}{3}$   | 172. a) $\frac{9}{2}$  | c) $\frac{3}{4}$    |
| b) $-\frac{2}{3}$  | d) $\frac{5}{2}$   | b) $-\frac{3}{2}$  | d) $\frac{5}{4}$    |
| 173. a) $\frac{3}{2}$  | c) $-\frac{2}{3}$  | 174. a) $-\frac{4}{3}$   | c) $\frac{3}{2}$    |
| b) $-\frac{4}{3}$  | d) $\frac{3}{4}$   | b) $\frac{3}{2}$   | d) $-\frac{5}{6}$   |
| 175. a) 4  | c) nicht definiert | 176. a) $\frac{3}{8}$  | c) $\frac{1}{5}$    |
| b) $\frac{18}{7}$  | d) $-\frac{18}{5}$ | b) 8   | d) -1               |
| 177. $\mathcal{D} < \mathcal{E} < \mathcal{B} < \mathcal{C} < \mathcal{F} < \mathcal{A} < \mathcal{H} < \mathcal{G}$ |                    | 178. $\mathcal{A} < \mathcal{H} < \mathcal{D} < \mathcal{C} < \mathcal{E} < \mathcal{G} < \mathcal{F} < \mathcal{B}$ |                     |
| 179. a) $-\frac{1}{2}$   | c) $\frac{3}{2}$   | 180. a) $\frac{1}{12}$   | c) $-\frac{11}{16}$ |
| b) 14  | d) $\frac{4}{3}$   | b) $\frac{1}{6}$   | d) 10               |
| 181. a) $-\frac{5}{2}$   | c) $\frac{21}{4}$  | 182. a) $\frac{3}{5}$  | c) $-\frac{7}{16}$  |
| b) $\frac{4}{3}$   | d) $-\frac{15}{2}$ | b) $\frac{4}{3}$   | d) $\frac{2}{5}$    |
| 183. a) 6  | c) $\frac{5}{4}$   | 184. a) 9  | c) $-\frac{2}{9}$   |
| b) -3  | d) $-\frac{5}{3}$  | b) $\frac{6}{7}$   | d) nicht definiert  |
| 185. a) 8  | c) -12             | 186. a) -11  | c) 22               |
| b) $-\frac{3}{4}$  | d) $\frac{5}{3}$   | b) $\frac{3}{7}$   | d) $\frac{5}{4}$    |
| 187. a) 3  | c) 9               | 188. a) -4   | c) 5.5              |
| b) $-\frac{4}{5}$  | d) -5              | b) $\frac{9}{4}$   | d) $\frac{11}{4}$   |
| 189. a) 2  | c) 32              | 190. a) $\frac{1}{625}$  | c) 625              |
| b) 216   | d) 144             | b) 9   | d) $\frac{1}{64}$   |
| 191. a) $\frac{1}{3}$  | c) -2              | 192. a) $-\frac{1}{2}$   | c) $-\frac{1}{4}$   |
| b) $-\frac{1}{3}$  | d) 0               | b) -2  | d) 1                |
| 193. a) 256  | c) 529             | 194. a) 8  | c) $\frac{1}{625}$  |
| b) 16  | d) 10              | b) 0.001   | d) 4.5              |
| 195. a) 1.953 45   | e) 3.267 52        | 196. a) 2.957 05   | e) 4.179 19         |
| b) -3.095 90   | f) 6.048 74        | b) -2.931 16   | f) -3.154 43        |
| c) 6.643 86  | g) 3.758 15        | c) 8.965 78  | g) -5.806 25        |
| d) -9.965 78   | h) -2.191 79       | d) -7.965 78   | h) 5.681 24         |

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>197. a) <input type="checkbox"/> wahr    <input checked="" type="checkbox"/> falsch<br/>              b) <input type="checkbox"/> wahr    <input checked="" type="checkbox"/> falsch</p> <p>199. a) 32<br/>              b) 49</p> <p>201. a) <math>\frac{1}{5}</math><br/>              b) 160</p> <p>203. a) 0<br/>              b) 0</p> <p>205. a) 125<br/>              b) <math>\frac{2e}{3}</math></p> <p>207. a) 9<br/>              b) 17</p> <p>209. a) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\};</math><br/>              b) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\};</math><br/>              c) <math>\mathbb{D} = ] -1, 0[ \cup ]0, \infty[;</math><br/>              d) <math>\mathbb{D} = ]\frac{1}{3}, \frac{2}{3}[ \cup ]\frac{2}{3}, \infty[;</math></p> <p>211. a) <math>x</math><br/>              b) 0</p> <p>213. a) <math>\mathbb{D} = ] -3, \infty[;</math><br/>              b) <math>\mathbb{D} = ]\frac{5}{3}, \infty[;</math><br/>              c) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\};</math><br/>              d) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R}^+;</math></p> <p>215. falsch, <math>\lg 10^{1.5} = 1.5</math>, und <math>10^{1.5} \neq 45</math></p> <p>217. falsch, die Basis <math>x</math> muss positiv sein.</p> <p>219. a) <math>\log_a b + \log_a c + \log_a d</math><br/>              b) <math>\log_a b + \log_a c - \log_a d</math><br/>              c) <math>-\log_a b - \log_a c</math><br/>              d) <math>\log_a b + \log_a c - \log_a d - \log_a f</math></p> <p>221. a) <math>4 \log_a b</math><br/>              b) <math>-6 \log_a d</math><br/>              c) <math>\frac{1}{3} \log_a p</math><br/>              d) <math>2 \log_a p + 3 \log_a q</math></p> | <p>c) <input checked="" type="checkbox"/> wahr    <input type="checkbox"/> falsch<br/>              d) <input checked="" type="checkbox"/> wahr    <input type="checkbox"/> falsch</p> <p>c) 9<br/>              d) 40</p> <p>c) <math>\frac{1}{36}</math><br/>              d) 2</p> <p>c) 27<br/>              d) 4</p> <p>c) 6<br/>              d) <math>\frac{3}{5}</math></p> <p>c) 3<br/>              d) 15</p> <p>25</p> <p><math>\frac{4}{x^3}</math></p> <p><math>\frac{3}{2}</math></p> <p>2</p> <p>c) <math>x^x</math><br/>              d) 4</p> <p>-2</p> <p>5</p> <p><math>\pm \frac{1}{3}</math></p> <p><math>\frac{1}{64}</math></p> <p>45</p> <p>216. falsch, die Basis jedes Logarithmus ist eine positive reelle Zahl ungleich 1, somit kann -3 nicht Basis eines Logarithmus sein.</p> <p>218. korrekt</p> <p>220. a) <math>\log_a p + \log_a q</math><br/>              b) <math>-\log_a p - \log_a q</math><br/>              c) <math>\log_a p + \log_a q - \log_a r - \log_a s</math><br/>              d) <math>\log_a p + \log_a q + \log_a r - \log_a s</math></p> <p>222. a) <math>2 \log_a m</math><br/>              b) <math>-3 \log_a n</math><br/>              c) <math>-\frac{1}{2} \log_a r</math><br/>              d) <math>\frac{1}{2} \log_a r + 2 \log_a s</math></p> | <p>198. a) <input checked="" type="checkbox"/> wahr    <input type="checkbox"/> falsch<br/>              b) <input type="checkbox"/> wahr    <input checked="" type="checkbox"/> falsch</p> <p>a) 16<br/>              b) 125</p> <p>a) <math>\frac{121}{4}</math><br/>              b) 2</p> <p>a) -1<br/>              b) 1</p> <p>a) <math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math><br/>              b) 16</p> <p>a) 4<br/>              b) 8</p> <p>a) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\};</math><br/>              b) <math>\mathbb{D} = ] -\infty, 3[ \cup ]3, 4[;</math><br/>              c) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\};</math><br/>              d) <math>\mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}</math></p> <p>3</p> <p>4</p> <p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{\sqrt{x}}{6}</math></p> <p>a) <math>4x</math><br/>              b) <math>x^{x-1}</math></p> <p>2</p> <p><math>\frac{5}{3}</math></p> <p>2, -6</p> <p>162</p> |
|--|--|--|

223. a)  $\log_a b - \log_a(c+d)$   
      b)  $\log_a b + 2 \log_a(c+d)$   
      c)  $4 \log_a b + 2 \log_a c + \log_a d$   
      d)  $\frac{1}{2} \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c - \frac{2}{3} \log_a d - \frac{1}{3} \log_a f$
224. a)  $2 \log_a(p+q) - \log_a r$   
      b)  $\log_a(p+q) - 3 \log_a r - 2 \log_a s$   
      c)  $\frac{1}{3} \log_a p + \frac{2}{3} \log_a q - 2 \log_a r - 4 \log_a s$   
      d)  $\frac{1}{4} \log_a p + \frac{3}{4} \log_a q - \frac{1}{2} \log_a r - \frac{1}{4} \log_a s$
225. a)  $3 + \lg 4$   
      b)  $\lg 5 + \lg 3 + 4$
226. a)  $7 + \lg 3$   
      b)  $\lg 4 + \lg 3 + 5$
227. a) 12  
      b) 12
228. a)  $-13$   
      b) 12
229. a)  $\log_a \frac{b}{c}$   
      b)  $\log_a bc$
230. a)  $\log_a pq$   
      b)  $\log_a p^2$
231. a)  $\log_a bc^2$   
      b)  $\log_a(b-c)^3$
232. a)  $\log_a p^2 q^2$   
      b)  $\log_a \sqrt[3]{p+q}$
233. a)  $\lg 300\,000$   
      b)  $\lg \frac{3}{50}$
234. a)  $\lg 50\,000$   
      b)  $\lg \frac{4}{5}$
235.      wahr    falsch      wahr    falsch      wahr    falsch      wahr    falsch  
 a)     $\square$      $\boxtimes$     c)     $\boxtimes$      $\square$     236.    wahr    falsch      wahr    falsch      wahr    falsch  
 b)     $\boxtimes$      $\square$     d)     $\square$      $\boxtimes$     b)     $\square$      $\boxtimes$     d)     $\square$      $\boxtimes$
237. a)  $-1$   
      b) 55
238. a) 1176  
      b)  $-1 - \log_{17} 5$
239. 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54
240. 2, 4, 5, 8, 10, 12, 16, 25, 32, 40
241. a)  $2.782 \cdot 10^{334}$   
      b)  $1.911 \cdot 10^{2184}$   
      c)  $2.661 \cdot 10^{-458}$
242. a)  $1.207 \cdot 10^{530}$   
      b)  $1.341 \cdot 10^{154}$   
      c)  $2.238 \cdot 10^{-1454}$
243.  $\mathcal{D} < \mathcal{A} < \mathcal{F} < \mathcal{E} < \mathcal{B} < \mathcal{C}$
244.  $\mathcal{D} < \mathcal{B} < \mathcal{C} < \mathcal{A} < \mathcal{F} < \mathcal{E}$
245. a) 22 338 618 Stellen  
      b) 23 249 425 Stellen
246. a) 24 862 048 Stellen  
      b) 41 024 320 Stellen
247. a)  $\Pi(5) = 3$ ,  
            $f(5) \approx 3.106\,67$ ,  
            $\Delta = 3.6\%$   
      b)  $\Pi(10) = 4$ ,  
            $f(10) \approx 4.342\,945$ ,  
            $\Delta = 8.6\%$   
      c)  $\Pi(20) = 8$ ,  
            $f(20) \approx 6.676\,164$ ,  
            $\Delta = 16.5\%$   
      d)  $\Pi(100) = 25$ ,  
            $f(100) \approx 21.714\,72$ ,  
            $\Delta = 13.1\%$
248. a)  $\Pi(1000) = 168$ ,  
            $f(1000) \approx 144.764\,83$ ,  
            $\Delta = 13.8\%$   
      b)  $\Pi(10\,000) = 1229$ ,  
            $f(10\,000) \approx 1085.736\,21$ ,  
            $\Delta = 11.7\%$   
      c)  $\Pi(100\,000) = 9592$ ,  
            $f(100\,000) \approx 8685.889\,64$ ,  
            $\Delta = 9.4\%$   
      d)  $\Pi(1\,000\,000) = 78\,498$ ,  
            $f(1\,000\,000) \approx 72\,382.413\,65$ ,  
            $\Delta = 7.8\%$

249. a)  $\frac{\lg 12}{\lg 4}$

b)  $\frac{1}{\log_{18} 7}$

c)  $\frac{\log_6 5}{\log_6 13}$

d)  $\frac{\lg 19}{3}$

250. a)  $\frac{\ln 16}{\ln 21}$

b)  $\frac{\lg 11}{\lg 6}$

c)  $\frac{2}{1+\log_4 3}$

d)  $\frac{\log_{17} 21}{\log_{17} 19}$

251. a)  $\log_9 4$

b)  $\log_{14} 18$

c)  $\log_3 12$

d)  $\log_9 20$

252. a)  $\log_{\sqrt{3}} 17$

b)  $\log_7 11$

c)  $\lg 2$

d)  $\log_9 24$

253. a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{4}{3}$

c)  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{5}{4}$

254. a) 4

b)  $\frac{1}{4}$

c) 2

d)  $\frac{8}{3}$

255. a)  $\log_a b \cdot \log_b a = \frac{\lg b}{\lg a} \cdot \frac{\lg a}{\lg b} = 1$

□ 256. a)  $\log_{a^m} b : \log_a b = \frac{\lg b}{m \lg a} \cdot \frac{\lg a}{\lg b} = \frac{1}{m}$  □

b)  $\log_a b^m : \log_a b = \frac{m \lg b}{\lg a} \cdot \frac{\lg a}{\lg b} = m$

□ b)  $\log_{a^m} b^m = \frac{m \lg b}{m \lg a} = \frac{\lg b}{\lg a} = \log_a b$  □

257. ①-A, ②-F, ③-B, ④-D, ⑤-C, ⑥-E

258. ①-B, ②-F, ③-A, ④-C, ⑤-E, ⑥-D

259. a) 2

b)  $\{\}$

c) 9

d) 44

260. a) 9

b) 2

c) 8

d) 16

261. a)  $\frac{1}{100}$

b)  $\sqrt{3}$

c) 3

d)  $\pm 121$

262. a)  $\frac{1}{8}$

b) 200

c) 25

d)  $2\sqrt{3}$

263. a)  $\frac{1}{3}$

b)  $\frac{11}{7}$

c)  $\frac{1}{3}, \frac{8}{3}$

d) 12

264. a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\{\}$

c) -1

d) 97

265. a) 4

b)  $\frac{2}{3}$

c)  $10^{2.6}$

d)  $\frac{1}{4}$

266. a) 2

b)  $-\frac{1}{3}$

c)  $10^{1.2}$

d) 9

267. a)  $\sqrt[3]{100}$

b) 729

c) 8

d) 32

268. a)  $\sqrt{5}$

b) 49

c) 9

d) 729

269. a) 1,100

b) 10

c)  $\frac{1}{32}, 16$

d)  $\frac{1}{1000}, 1\,000\,000$

270. a) 1,10 000

b) 9

c)  $\frac{1}{4}, 1024$

d)  $\frac{1}{512}, 2$

271. a)  $\log_4 28$

b)  $\log_3 \frac{9}{5}$

c)  $\log_{11} 33$

d)  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{11}{125}$

272. a)  $\log_6 108$

b)  $\log_9 \frac{9}{7}$

c)  $\log_{15} \frac{225}{6}$

d)  $\log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{9}$

273. a)  $\log_7 \frac{27}{2}$

b)  $\log_{\frac{12}{5}} \frac{4}{25}$

c)  $\log_{15} \frac{4\sqrt{3}}{3}$

d)  $\log_{\frac{1}{12}} \frac{7}{9}$

274. a)  $\log_5 \frac{12}{5}$

b)  $\log_{\frac{9}{4}} \frac{81}{2}$

c)  $\log_{\sqrt{6}} (5\sqrt{2})$

d)  $\log_{\frac{4}{35}} \frac{49}{2}$

275. a)  $\log_3 10 \approx 2.096$

b)  $\log_4 \frac{7}{4} \approx 0.4037$

c)  $\log_{0.6} \frac{3}{20} \approx 3.714$

d)  $\ln 5 \approx 1.609$

276. a)  $\log_6 4 \approx 0.7737$

b)  $\log_5 \sqrt{15} \approx 0.8413$

c)  $-\log_{0.8} 3 \approx 4.923$

d)  $\ln \frac{9}{e^3} \approx -0.8028$

277. a)  $\frac{1}{\log_5 6} = \log_6 5 \approx 0.8982$

b)  $\ln \sqrt[3]{\frac{7}{e^4}} \approx -0.6847$

c)  $\log_6 2 \approx 0.3869$

d)  $\log_3 2.4 \approx 0.7969$

278. a)  $\frac{2}{\log_6 5} = \log_5 36 \approx 2.227$

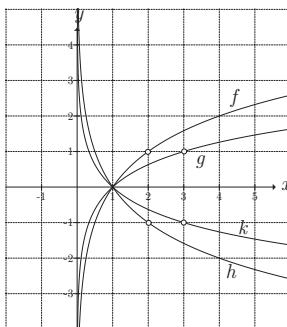
b)  $\ln \left( \frac{e^2 \sqrt{3}}{3} \right) = 2 - \frac{1}{2} \ln 3 \approx 1.451$

c)  $\log_3 4 \approx 1.262$

d)  $\lg \frac{16}{3} \approx 2.415$

279. a)  $-4 + \ln 9 \approx -0.8301$   
      b)  $\frac{\ln 5}{5} = \ln \sqrt[5]{5} \approx 0.4644$   
      c)  $(\log_{11} 81)^2 \approx 3.359$   
      d)  $\log_3 \frac{1}{27 \cdot \sqrt[4]{2}} = -3 - \frac{1}{4} \log_3 2 \approx -3.158$
280. a)  $-2 + \log_5 2 \approx -1.569$   
      b)  $\frac{\log_6 12}{6} = \log_6 \sqrt[6]{12} \approx 0.2311$   
      c)  $(\lg 12)^2 \approx 1.165$   
      d)  $\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \log_5 3 = \log_5 \sqrt[3]{\frac{25}{9}} \approx 0.2116$
281. a)  $\log_{\frac{3}{4}} 3 \approx -3.819$   
      b) 1  
      c)  $\log_{\frac{3}{16}} 2 \approx -0.4141$   
      d)  $-\frac{1}{2+\ln 3} \approx -0.2789$
282. a)  $\log_9 6 \approx 0.8155$   
      b)  $\log_{\frac{3}{10}} \frac{80}{3} \approx -2.727$   
      c)  $\log_{\frac{4}{5}} \frac{16}{5} \approx -5.213$   
      d)  $\frac{5}{3}$
283. a)  $\frac{1}{125}, 125$   
      b)  $\frac{1}{10\,000}, 10\,000$   
      c)  $\frac{1}{32}, 32$   
      d)  $\frac{1}{8}, 8$
284. a)  $\frac{1}{36}, 36$   
      b)  $\frac{1}{10^{10}}, 10^{10}$   
      c)  $3^{\frac{3}{2}}, 3^{-\frac{3}{2}}$   
      d)  $\frac{1}{225}, 225$
285. a) 2,  $\ln 9$   
      b)  $\frac{3}{2}$   
      c) {}  
      d)  $\log_9 2, \log_9 6$
286. a) 4  
      b)  $\log_3 5, \log_3 8$   
      c) 0  
      d) 1,  $\log_4 5$
287. a)  $\boxed{\quad} : \frac{1}{4}$   
      Lösung:  $\log_a \frac{1}{2}$   
      b)  $\boxed{\quad} : \text{jede Zahl } y > 1.5$   
      Lösung:  $\log_a(4y - 6) - 3$
288. a)  $\boxed{\quad} : 1$   
      Lösung: 0  
      b)  $\boxed{\quad} : \text{jede positive Zahl } y$   
      Lösung:  $\frac{1}{2} (\log_a(5y + 1) + 1)$
289. a) 1, 4  
      b) 1,  $3\sqrt{3}$
290. a) 1, 2  
      b) 1,  $\sqrt{3}$
291. 10.5 Jahre
292. 10.3 Jahre
293. ganz Ende 2042
294. 2040 (ab Mitte Februar)
295. 7.2 Jahre
296. gegen Ende 2040
297. 39.6 Jahre
298. 43.9 Jahre
299. 2039
300. 2048
301. 2.8 h
302. 0.93 h
303. 3.4 h
304. 1.35 h
305. 6.94 Jahre
306. 9 Jahre

307.



$$309. \quad 0 < a < \frac{1}{3} \vee a > 3$$

311. a) ②  
b) ③

- c) ③
- d) ③

313. a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\sqrt{6}$

$$315. \quad a) \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \\ \mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$$

$$\text{b) } \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$317. \quad \text{a) } ] -2, \infty [ \\ \text{b) } ] -\frac{1}{4}, \infty [$$

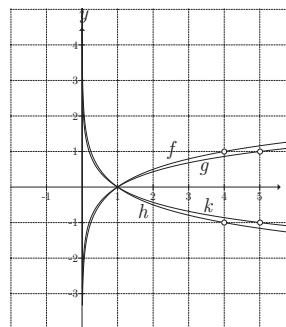
c)  $]-\infty, 2[$   
d)  $\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$

319. a) Nullstelle:  $\frac{1}{2}$   
 $y$ -Achsenabschnitt: nicht definiert  
 b) Nullstelle:  $-2$   
 $y$ -Achsenabschnitt:  $\log_4(5)$

323.  $a(x) = 2^x$ ,  $b(x) = -2^x$ ,  
 $c(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $d(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$   
 $f(x) = \text{lb}(x)$ ,  $g(x) = \text{lb}(-x)$ ,  
 $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$ ,  $i(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$

325. a)  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{2}{3}} x$   
 b)  $f^{-1}(x) = 4^x$   
 c)  $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_8 x$   
 d)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^x - \frac{7}{2}$

308.



$$310. \quad \frac{1}{4} < a < 1 \vee 1 < a < 2$$

314. a) 3 b) 25

$$316. \quad \text{a) } \mathbb{D} = \mathbb{R}^- \quad \text{b) } \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\quad \quad \quad \mathbb{W} = \mathbb{R} \quad \quad \quad \mathbb{W} = \mathbb{R}$$

318. a)  $]-\infty, 5[$       c)  $] -2, 2[$   
          b)  $]-\frac{3}{2}, \infty[$       d)  $]-\infty, 4]$

320. a) Nullstelle:  $-1$   
 $y$ -Achsenabschnitt:  $-3 \lg(2)$

b) Nullstelle:  $\frac{3}{4}$   
 $y$ -Achsenabschnitt: nicht definiert

324.  $a(x) = 3^x$ ,  $b(x) = \log_3(x)$ ,  
 $c(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  $d(x) = \log_3(-x)$   
 $f(x) = -3^x$ ,  $g(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  
 $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$ ,  $i(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$

326. a)  $f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$   
          b)  $f^{-1}(x) = \log_8 x$   
          c)  $f^{-1}(x) = 2 - \ln x$   
          d)  $f^{-1}(x) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot 4^x$

327. ①-D, ②-A, ③-E, ④-F, ⑤-B, ⑥-C

329. g: Verschiebung um 2 nach rechts;  $y = \text{lb}(x - 2)$   
 h: Verschiebung um 3 nach oben;  $y = \text{lb}(x) + 3$   
 i: Spiegelung an der Geraden  $y = x$ ;  $y = 2^x$   
 j: Spiegelung an der  $x$ -Achse und Streckung an der  $x$ -Achse mit Faktor  $\frac{1}{2}$ ;  $y = \log_{\frac{1}{4}} x = -\frac{1}{2} \text{lb } x$

331. a)  $\frac{1}{2}$   
 b)  $-\frac{3}{2}$

333. Stauchung in  $x$ -Richtung mit Faktor  $\frac{1}{2}$   
 Verschiebung um  $\frac{1}{2}$  in  $y$ -Richtung

335.  $f(x) = \log_a x = \frac{\lg x}{\lg a} = \frac{1}{\lg a} \cdot \lg x$   
 Streckfaktor:  $k = \frac{1}{\lg a}$

337. a)  $f(x) = 16 \cdot \ln(x) + 31$   
 b) 53.2 Menschenjahre

328. ①-E, ②-B, ③-E, ④-A, ⑤-D, ⑥-C

330. g: Verschiebung um 1 nach links;  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$   
 h: Spiegelung an der  $y$ -Achse;  $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$   
 i: Spiegelung an der Geraden  $y = x$ ;  $y = (\frac{1}{3})^x$   
 j: Spiegelung an der  $x$ -Achse und Streckung an der  $x$ -Achse mit Faktor 2;  $y = 2 \log_3 x = -2 \log_{\frac{1}{3}}(x)$

332. a)  $\frac{2}{3}$   
 b)  $-\frac{1}{2}$

334. Streckung in  $x$ -Richtung mit Faktor 9  
 Verschiebung um  $-2$  in  $y$ -Richtung

336.  $\log_a x = 0 \Rightarrow x = 1$  für jede Basis  $a$ . Aufgrund der vorhergehenden Aufgabe ist jeder Graph eine Streckung mit eigenem Streckfaktor an der  $x$ -Achse der Funktion  $y = \lg x$ , daher können sich die Graphen nur auf der  $x$ -Achse schneiden.

338. a)  $f(x) = e^{\frac{x-31}{16}}$   
 b) 1.28 Hundejahre

## 9.5 Anwendungen

339. a)  $f(t) = 6 \cdot 1.021^t$

- b) 10.09 Millionen Menschen  
 c) 33.35 Jahre  
 d) 23.10 %  
 e) 3.18 Millionen  
 f) 3.92 Millionen

341. a) 0.17 %

- b)  $f(t) = 81.8 \cdot \left(\frac{832}{818}\right)^{0.1t}$   
 c) 86.07 Millionen  
 d) 85.30 bis 86.85 Millionen

343. a) 1.38 %

- b)  $f(t) = 1.05 \cdot e^{0.01366 t}$   
 c) 1.58 Milliarden  
 d) 2051

340. a)  $f(t) = 3 \cdot 1.018^t$

- b) 6.70 Millionen Menschen  
 c) 38.85 Jahre  
 d) 19.53 %  
 e) 1.71 Millionen  
 f) 2.04 Millionen

342. a) 0.83 %

- b)  $f(t) = 195.7 \cdot \left(\frac{2126}{1957}\right)^{0.1t}$   
 c) 250.90 Millionen  
 d) 248.67 bis 253.15 Millionen

344. a) 0.89 %

- b)  $f(t) = 7.2 \cdot e^{0.00888 t}$   
 c) 9.40 Millionen  
 d) 2079

345. a) 1.38 %  
 b)  $f(t) = 3.7 \cdot e^{-0.0139 t}$   
 c) 2.12 Millionen  
 d) 49.74 Jahre
347. a) 1960-1970: 0.69 Milliarden  
 1970-1980: 0.73 Milliarden  
 1980-1990: 0.88 Milliarden  
 1990-2000: 0.81 Milliarden  
 2000-2010: 0.80 Milliarden  
 2010-2020: 0.86 Milliarden  
 b) 1960-1970: 2.079 %  
 1970-1980: 1.812 %  
 1980-1990: 1.825 %  
 1990-2000: 1.427 %  
 2000-2010: 1.234 %  
 2010-2020: 1.177 %  
 c) 11.06 Milliarden
349. a) 304 007, 8541, 73  
 b) 6.07 h  
 c) 16.22 h  
 d) 3.49 h
351. a)  $f(t) = 100 \text{ g} \cdot 0.97729^t$   
 b) 2.27 %  
 c) 100.2 Jahre  
 d) 19.1 g
353. a) 38 213 Jahre  
 b) 2.4 g  
 c) 0.045 g
355. a) 11.84 mg  
 b) 10.58 Jahre
357. a) 2.27 %  
 b) 40.82 %  
 c) 130.39 Jahre
359. a) 39.12 %  
 b) 103.25 Jahre
361. a) 161.37 Einheiten  
 b) 12.62 Tage
363. 41.03 Jahre
346. a) 3.45 %  
 b)  $f(t) = 6000 \cdot e^{-0.035 t}$   
 c) 2972  
 d) 19.74 Jahre
348. a) am grössten: 1980-1990  
 am kleinsten: 1960-1970  
 b) am grössten: 1960-1970  
 am kleinsten: 2010-2020  
 c) Die Prognose überschätzt wahrscheinlich das tatsächliche Wachstum, da man anhand der Tabelle erkennt, dass die prozentuale Zunahme über die Jahrzehnte abgenommen hat. Die Weltbevölkerung wächst nicht unbegrenzt exponentiell, z. B. sind nicht unbegrenzte Ressourcen vorhanden.
350. a)  $2.616 \cdot 10^9$ ,  $2.56 \cdot 10^8$ , 8  
 b) 1.34 h  
 c) 15.36 h  
 d) 50.66 min
352. a)  $f(t) = 50 \text{ mg} \cdot 0.9172^t$   
 b) 8.28 %  
 c) 32.55 Tage  
 d) 17.72 mg
354. a) 8.936 Milliarden Jahre  
 b) 75 %  
 c) 10.37 Milliarden Jahre
356. a) 4.19 mg  
 b) 26.47 Tage
358. a) 49.649 996 kg  
 b) in 292.1 Millionen Jahren  
 c) 1627.04 Millionen Jahre
360. a) 34.79 %  
 b) Mitte 2079
362. a) 86.05 %  
 b) 321.35 Tage
364. 3.08 %

365. a)  $1.79 \cdot 10^{10}$   
 b) 6600 Jahre  
 c) 6000 Jahre  
 d) Die Zeit der Dinosaurier liegt zu lange zurück, die Knochen enthalten keine ausreichende Menge an  $^{14}\text{C}$  mehr. Zum andern ist unklar, wieviele  $^{14}\text{C}$ -Atome zur Zeit der Dinosaurier in einem Gramm Kohlenstoff enthalten waren, und ohne einen solchen Startwert lässt sich nicht rechnen.
367. ca. 3300 v. Chr.
368. mit Unsicherheit  $\pm 30$  Jahre: zwischen 3337 und 3282 v. Chr. verstorben  
 mit Zahlen von Libby: zwischen 3187 und 3132 v. Chr. verstorben
369. a) 2.4 Millionen Jahre  
 b) 99.8917 %
370. a) 2.9 Millionen Jahre  
 b) 0.00975 %
371. a) 0.631 ppm  
 b) 74.92 %  
 c) 2.105 ppm, 2.445 ppm  
 d) 138.98 Jahre
372. a) 0.01191 ppm  
 b) 80.52 %  
 c) 0.0169, 0.0910  
 d) 20.61 Jahre
373. a)  $1.82^\circ\text{C}, 2.73^\circ\text{C}$   
 b) 23.13 Jahre
374. a) 4.51 Jahre  
 b) 15.51 Jahre
375. a) 1600, 25 600  
 b) 23.25 Tage
376. a) 400, 1600  
 b) 46.51 Tage
377. a)  $f(t) = 50 \cdot 2^{0.27844 t}$   
 b) 3.59 Tage
378. a)  $f(t) = 50 \cdot 1.2129^t$   
 b) 8.34 Tage
379. a) 2400  
 b) 6.84 Tage  
 c) 8 mal  
 d)  $f(t) = 150 \cdot 2^{0.4 t}$
380. a) 1920  
 b) 7.65 Tage  
 c) 6 mal  
 d)  $f(t) = 120 \cdot e^{0.277 t}$
381. a)  $f(t) = 80 \cdot 2^{\frac{t}{13.3}}$   
 b) 1824  
 c) 35.16 Tage  
 d) 227
382. a)  $f(t) = 60 \cdot 2^{\frac{t}{19.6}}$   
 b) 501  
 c) 79.55 Tage  
 d) 122
383. a)  $f(t) = 1500 \cdot 1.6^{\frac{t}{5}}$   
 b) 3840  
 c) 20.18 Tage  
 d) 156 %  
 e) 24.50 Tage
384. a)  $f(t) = 10 \cdot 1.35^{\frac{t}{3}}$   
 b) 74  
 c) 29.95 Tage  
 d) 171.92 %  
 e) 23.02 Tage

385. a) 51.2 %, 26.21 %  
b) 3.11 Jahre

387. a)  $1.344 \cdot 10^9$ , 9.15 Jahre nach 2000  
b) 1500 %  
c) 26.58 Jahre

389. a)  $f(t) = 10\,000 \cdot 1.0125^t$   
b) Fr. 12\,048.29  
c) nach 8 Jahren

391. Fr. 2724.37

393. Fr. 222\,741.13

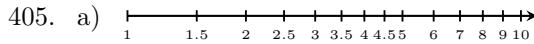
395. Fr. 4414.71

397. Fr. 1\,340\,095.64

399. Fr. 3\,747\,610.28

401. Fr. 719\,956\,085.90

403. a) gleich gross;  $\lg 2 - \lg 1 = \lg 2 - 0 = \lg 2$   
und  $\lg 4 - \lg 2 = \lg 2^2 - \lg 2 = 2 \lg 2 - \lg 2 = \lg 2$   
b) 4 Mal  
c) Der Logarithmus von 0 ist nicht definiert.  
d) 10  
e) Abstand von 1 zu 2 an die Position von 3 anfügen



- b) dieselbe Einteilung. Weil beispielsweise gilt  $\lg 15 = \lg(10 \cdot 1.5) = \lg 10 + \lg 1.5 = 1 + \lg 1.5$  und  $\lg 25 = \lg 10 + \lg 2.5 = 1 + \lg 2.5$ , haben 15 und 25 einen Abstand von  $\lg 2.5 - \lg 1.5$ , genau wie in der vorherigen Teilaufgabe die Zahlen 1.5 und 2.5.

386. a) 78.37 %  
b) 22.76 Tage

388. a)  $f(t) = 8.5 \cdot 10^9 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$   
b) 2026 oder 2027  
c) 300 %

390. a)  $f(t) = 20\,000 \cdot 1.0175^t$   
b) Fr. 25\,944.56  
c) nach 6 Jahren

392. Fr. 5780.39

394. Fr. 186\,166.17

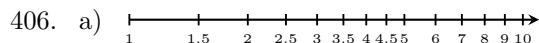
396. Fr. 45\,017.37

398. Fr. 1\,851\,453.47

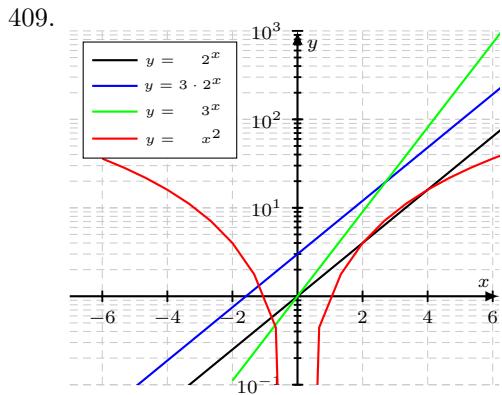
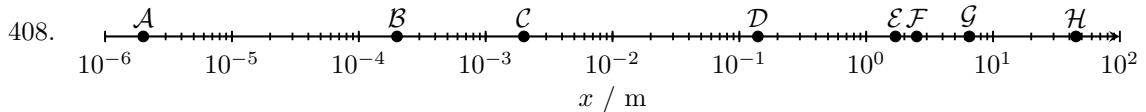
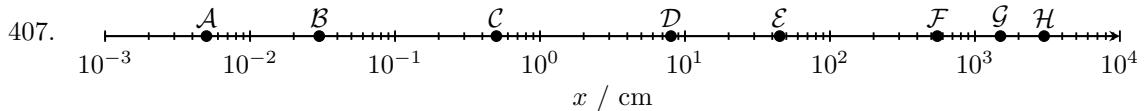
400. Fr. 1\,827\,604.35

402. Fr. 171\,227\,409.70

404. a) gleich gross;  $\lg 20 - \lg 10 = \lg(\frac{20}{10}) = \lg(\frac{2}{1}) = \lg 2 - \lg 1 = \lg 2$   
b) 5 Mal  
c) Der Logarithmus von negativen Werten ist nicht definiert.  
d) 1000  
e) Die Zahl 1 an der Zahl 3 spiegeln

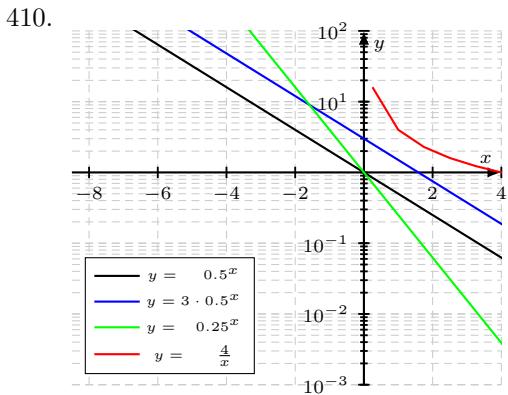
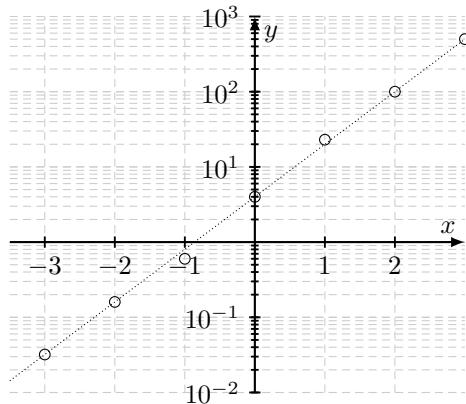


- b) dieselbe Skala, weil  $\lg x = \frac{\lg x}{\lg 10}$  und die Längeneinheiten nachher auf eine vorgegebene Gesamtlänge gestreckt werden



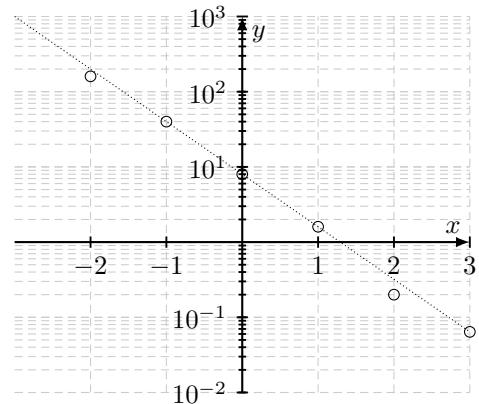
411. a)  $\lg y = \lg(2^x) = x \cdot \lg 2$  und  $\lg 2 > 0$   
 b)  $\lg y = \lg 3 + \lg(2^x) = x \cdot \lg 2 + \lg 3$   
 c)  $\lg y = \lg(x^2) = 2 \lg |x|$

413. Nein, sie liegen nicht auf einer Geraden.



412. a)  $\lg y = \lg(0.5^x) = x \cdot \lg 0.5 = x \lg(\frac{1}{2}) = x(\lg 1 - \lg 2) = -x \cdot \lg 2$   
 b)  $\lg y = \lg(0.25^x) = \lg(0.5^{2x}) = 2 \lg(0.5^x)$   
 c)  $\lg y = \lg(\frac{4}{x})$ ; weiter gilt: der Numerus eines Logarithmus muss positiv sein.

414. Nein, sie liegen nicht auf einer Geraden.



415. a) a -  $h$ , b -  $g$ , c -  $f$
- b) Exponentialfunktion; in  $x$ -Richtung werden die Werte  $\lg x$  abgebildet, schreibe also als Funktion von  $\lg x$ , dann erhält man  $h : y = x = 10^{\lg x}$
- c) b stellt  $g : y = \text{lb}(x)$  dar, Umrechnung auf Logarithmenbasis 10:  $g : y = \frac{\lg x}{\lg 2}$   
 c stellt  $f : y = \log_4(x)$  dar, Umrechnung auf Logarithmenbasis 10:  $g : y = \frac{\lg x}{\lg 4} = \frac{\lg x}{2\lg 2} = \frac{1}{2}\text{lb}(x)$   
 die Steigung der Geraden c ist somit halb so gross wie diejenige der Geraden b.
416. a) a -  $g$ , b -  $h$ , c -  $f$
- b) Fallende Ursprungsgerade symmetrisch zum Graphen von  $x \mapsto \log_2 x$ , denn  $f : x \mapsto \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{\lg x}{\lg 2} = -\text{lb } x$
- c) a stellt  $g : x \mapsto \sqrt{x} = (10^{\lg x})^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{1}{2}\lg x}$  dar, also eine in  $x$ -Richtung mit Faktor 2 gestreckte Funktion von  $x \mapsto x$ , b stellt  $h : x \mapsto x^2 = (10^{\lg x})^2 = 10^{2\lg x}$  dar, also eine in  $x$ -Richtung mit Faktor  $\frac{1}{2}$  gestreckte Funktion von  $x \mapsto x$ .
417. a) 4
- b)  $39\,811 \mu\text{m}$
- c) 1995 Mal
419. a) 7.33
- b) 7.08
- c) 1000 mal
421. a)  $7.94 \cdot 10^{15}$
- b) 1000 Mal
- c) 6.51
423. a)  $2.51 \cdot 10^{-3} \text{ mol}/\ell$
- b) 6.60
- c) 100 000 Mal
- d) 1.49
425. a)  $10^{-5} \text{ mol}/\ell$
- b)  $10^{-6} \text{ mol}/\ell$
- c) +1
427. a) 1
- b) 100 Mal
- c) erhöht sich um 1
429. a)  $1.05 \cdot 10^{-7} \text{ W m}^{-2}$
- b) 3.945 : 1
- c) 39.81 : 1
- d)  $m = -2.75 \text{ mag}$
431. 0.017 mag
433. 3.31 : 1
435.  $\Delta m = -1.75$
418. a) 4.70
- b)  $1\,584\,893.19 \mu\text{m}$
- c) 100 Mal
420. a) 6.0
- b) 5.67
- c) 63.10 mal
422. a)  $1.78 \cdot 10^8$
- b) 5.62 Mal
- c) 6.13
424. a)  $5.01 \cdot 10^{-5} \text{ mol}/\ell$
- b)  $3.98 \cdot 10^{-8} \text{ mol}/\ell$
- c) 10 Mal
- d)  $1.59 \cdot 10^{-6} \text{ mol}/\ell$
426. a)  $5.01 \cdot 10^{-5} \text{ mol}/\ell$
- b)  $1.00 \cdot 10^{-5} \text{ mol}/\ell$
- c) +0.70
428. a) 2
- b) 1000 Mal
- c) steigt um 0.8
430. a)  $2.74 \cdot 10^{-14} \text{ W m}^{-2}$
- b) 398 107.17 : 1
- c) 560-Fache
- d) 1.75 : 100 000
432. 1.91 mag
434. 2.51 : 1
436. Faktor 100

437. a) 3  
b) von 3 auf 3.30, von 3 auf 2  
c) von  $10^3$  zu  $10^6$
439. a) 200 Mal  
b)  $5 : 2.70$
441. a) Mondlicht  $-0.60$ , Kerzenlicht 1  
b) 1.60  
c) 40 Mal
443. a) 0 dB  
b) 20 dB
445. a)  $10^{-11} \text{ W m}^{-2}$   
b)  $10^{-8} \text{ W m}^{-2}$
447. a) das 10 000-Fache  
b) 40 dB
449. a) 16-Fache  
b) 2-Faches
451. 6.99 dB
438. a) 2.90  
b) von 2.90 auf 3.20, von 2.90 auf 1.90  
c) von 800 auf 640 000
440. a) 16 Mal  
b)  $2.90 : 1.70$
442. a) Reklame 2.18, Bildschirm 1.30  
b) 1.68 Mal  
c) 7.5 Mal
444. a) 60 dB  
b) 80 dB
446. a)  $10^{-5} \text{ W m}^{-2}$   
b)  $1 \text{ W m}^{-2}$
448. a)  $6 : 5$   
b)  $10 : 1$
450. a) 32-Fache  
b) 4-Fache
452. 1.46 dB